XLV РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

КИРОВСКАЯ ОБЛАСТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

II (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ, РЕШЕНИЯ, МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Киров
2018

Оргкомитету и жюри муниципального этапа
математической олимпиады школьников

Уважаемые коллеги!

В начале олимпиады напомните участникам, что нужно не только приводить ответы, но и *обосновывать* их (в этом, по существу, и состоит решение задачи, а ответ — лишь его результат).

Продолжительность олимпиады *составляет* **для 5-7 кл. — 2,5 часа, для 8 кл. — 3 часа, для 9 кл. — 3,5 часа, для 10-11 кл. — 4 часа,** *не считая времени, потраченного на заполнение титульных листов работ и разъяснение условий задач.*

После олимпиады (лучше всего — *в тот же день*) просим провести *разбор задач для ее участников.*

Отзывы об этой брошюре и олимпиадных заданиях направляйте по адресу: *610005, г. Киров, 5, а/я 1026, ЦДООШ.*

Автор благодарен Е.М. Ковязиной, О.В. Рубановой, И.А. Семёновой, В.В. Сидорову, О.В. Старостиной, А.В. Черанёвой за полезные обсуждения и критику.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕРКЕ И ОЦЕНКЕ ОЛИМПИАДНЫХ РАБОТ

1. *Решение каждой задачи, независимо от её трудности, оценивается из 7 баллов. Жюри не имеет права изменять цену задачи. Каждая оценка должна быть целым числом, не меньшим 0 и не большим 7, дробные оценки не допускаются.*

2. При оценке рассуждений в олимпиадных работах, как правило, сначала дается ответ на принципиальный вопрос: являются они решением задачи (хотя, может быть, и с различными недостатками) или не являются (хотя, может быть, и содержат существенное продвижение в направлении решения). В первом случае оценка должна быть *не ниже 4*, во втором – *не выше 3*.

3. По проверке и оценке решений большинства задач мы даём *конкретные указания*. Они помещаются после наших решений и отмечены значком •. В случаях, не предусмотренных конкретными указаниями, оценка определяется по следующим общим правилам:

Оценка	*За что ставится*
7	Верное решение
6	Верное решение с небольшими недочетами
5	Решение в целом верно, но имеет заметные недочёты
4	Решение в основных чертах верно и выполнено более чем наполовину, но существенно неполно
3	Решение в целом отсутствует, но рассуждения содержат существенное продвижение в верном направлении
1-2	Решение в целом отсутствует, но содержит более или менее заметное продвижение в верном направлении
0	Решение полностью неверно или отсутствует

Решение, выполненное более чем наполовину, считается *существенно неполным*, если:

- ✓ содержит основные нужные идеи, но не доведено до конца;
- ✓ при верной общей схеме рассуждений явно или скрыто опирается на важные недоказанные утверждения, которые нельзя счесть известными или очевидными;
- ✓ состоит в разборе нескольких возможных случаев, и хотя бы один *существенный* случай упущен или разобран неверно;
- ✓ состоит из двух частей (например, доказательства необходимости и достаточности либо доказательства оценки и построения примера), из которых верно выполнена только одна, причём более сложная.

При расхождении между общими и конкретными указаниями применяются конкретные.

4. При оценке решений на олимпиаде учитываются *только их правильность, полнота и обоснованность*. Нельзя снижать оценку за «нерациональность» решения (кроме отдельных редких случаев, когда это прямо предусмотрено конкретными указаниями по проверке данной задачи). ***Ни при каких обстоятельствах нельзя снижать оценку за нетиповое оформление решения, исправления, помарки и т.п***.

5. Оценивая олимпиадные работы, следует отличать принципиальные (прежде всего — логические) ошибки от технических, каковыми являются, например, вычислительные ошибки в *не вычислительной* задаче (алгебраические ошибки в *вычислительной* задаче часто являются принципиальными). Технические ошибки, не искажающие логику решения, следует приравнивать к недочетам.

6. Мы постоянно ориентируем школьников на необходимость обоснования решений. Но при этом не следует требовать большего уровня строгости, чем принято в обычной школьной практике. Умение хорошо *догадываться* на олимпиаде должно цениться выше, чем умение хорошо изложить решение.

7. Ответ, найденный логическим путем, как правило, оценивается выше, чем найденный слепым подбором.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 5 КЛАССА

Задача 1. *Расшифруйте равенство АА+Б+Б = ВВВ, где одинаковыми буквами заменены одинаковые цифры.*

Ответ. 99+6+6 = 111. ***Решение***. Очевидно, трёхзначная сумма АА+Б+Б начинается на 1, так что ВВВ = 111. Так как Б+Б не больше 18, АА = 99, откуда Б = 6.

♦ См. также задачи 1 для 6 и 7 классов.

• За верный ответ — *7 баллов*, пояснения не обязательны.

Задача 2. *Вася и Петя учатся в одном классе. Вася в ответ на любой вопрос врёт, а Петя попеременно врёт и говорит правду. Однажды каждого из них четыре раза подряд спросили, сколько человек учится в их классе. В ответ шесть раз прозвучало: «Двадцать шесть» и два раза: «Двадцать два». Сколько же человек учится в их классе на самом деле? Ответ объясните.*

Ответ. 22. ***Решение***. Вася четыре раза соврал, а Петя два раза соврал и два раза сказал правду. Всего правда прозвучала дважды, то есть в классе 22 ученика.

• За ответ без объяснения — *0 баллов*.

Задача 3. *Сумма любых четырёх идущих подряд цифр 16-значного числа равна 16. Все цифры, кроме трёх, мы заменили в этом числе звёздочками, и получилось у нас вот что: 4*******3*****5. Восстановите число и объясните, как вы рассуждали.*

Ответ. 4345434543454345. ***Решение***. Пусть в нашем числе идут подряд цифры АБВГД. Тогда А+Б+В+Г = Б+В+Г+Д, откуда А = Д. Стало быть, *цифры в нашем числе повторяются через четыре*, то есть оно имеет вид АБВГАБВГАБВГАБВГ. Из условия видно, что А = 4, Б = 3, Г = 5. Также по условию А+Б+В+Г = 16, откуда В = 4.

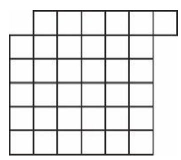
♦ Аналогичная идея используется в решении задачи 5 7 класса.

• За ответ без объяснения — *3 балла*.

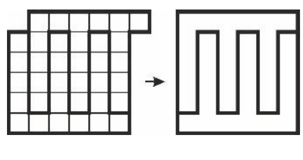
Задача 4. *Папа, Маша и Яша вместе идут в школу. Пока папа делает 3 шага, Маша делает 5 шагов. Пока Маша делает 3 шага, Яша делает 5 шагов. Маша и Яша посчитали, что вместе они сделали 400 шагов. Сколько шагов сделал папа? Объясните, как вы получили ответ.*

Ответ. 90. ***Решение***. Назовем *таймом* время, за которое Маша делает 3 шага, а Яша — 5 шагов. Вместе они за тайм делают 8 шагов, поэтому до школы они шли 400:8 = 50 таймов. За это время Маша сделала 50×3 = 150 шагов, то есть 30 раз по 5 шагов. Значит, папа за это время сделал 3×30 = 90 шагов.

• За ответ без объяснения — *3 балла*.



Задача 5. *Разрежьте фигуру на рисунке по линиям клеточек на две равные части и сложите из них квадрат (нарисуйте, как надо резать и как складывать). Части называются равными, если их можно наложить друг на друга так, чтобы они полностью совместились.*



Решение. Например, так, как показано на рисунке:

• Полным решением задачи являются *два* рисунка: как надо разрезать и как — складывать. Если нарисовано верное разрезание, но не показано, как складывать — *4 балла*.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 6 КЛАССА

Задача 1. *Расшифруйте равенство ААА+АА+БВ = ББББ, где одинаковыми буквами заменены одинаковые цифры. Найдите все возможные способы расшифровки и постарайтесь объяснить, почему других способов нет.*

Ответ. 999+99+13 = 1111. ***Решение***. Очевидно, четырёхзначная сумма ААА+АА+БВ начинается на 1, так что ББББ = 1111. Так как АА+БВ меньше 200, а 1111–888 больше 200, А = 9, а БВ = 1111–999–99 = 13.

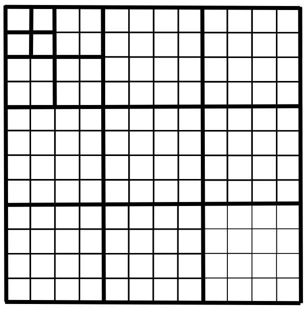
• За верный пример — *5 баллов, из оставшихся 2 баллов* оценивается объяснение того, почему расшифровка только одна.

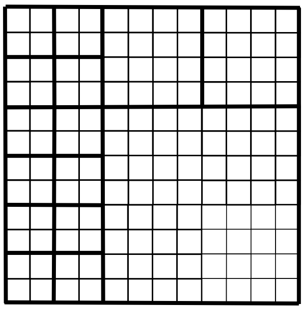
Задача 2. *Вася, Петя и Коля учатся в одном классе. Вася в ответ на любой вопрос врёт, Петя попеременно врёт и говорит правду, а Коля говорит правду в ответ на каждый третий вопрос, а в остальных случаях врёт. Однажды каждого из них шесть раз подряд спросили, сколько человек учится в их классе. В ответ пять раз прозвучало: «Двадцать пять», шесть раз: «Двадцать шесть» и семь раз: «Двадцать семь». Сколько же человек в их классе на самом деле? Ответ объясните.*

Ответ. 25. ***Решение***. Вася ни разу не сказал правды, Петя сказал правду трижды, а Коля — дважды. Таким образом, правда была сказана ровно пять раз, откуда и получаем ответ.

• За ответ без объяснения — *0 баллов*.

Задача 3. *Как разрезать квадрат на 15 квадратов трёх разных размеров? Нарисуйте аккуратный чертёж (лучше — по клеточкам).*





Первое решение. Разрежем квадрат размером 12×12 клеточек на 9 квадратов размером 4×4 клеточки, один из получившихся квадратов — на 4 квадрата размером 2×2 клеточки, а один из получившихся квадратов 2×2 — на 4 клеточки 1×1. Получили 15 квадратов: 8 размером 4×4, 3 размером 2×2 и 4 размером 1×1 (рис. вверху). ***Второе решение***. Вырежем из квадрата размером 12×12 угловой квадрат размером 8×8, а оставшийся «уголок» разрежем на 5 квадратов размером 4×4. Затем три из получившихся квадратов 4×4 разрежем на 12 квадратов 2×2. Получили 15 квадратов: один размером 8×8, два размером 4×4 и 12 размером 2×2 (рис. внизу).

• Есть верный пример — *7 баллов*. Нет верного примера или верного его описания — *0 баллов*.

Задача 4. *Римма придумала 30-значное число, в записи которого нет нулей. Докажите, что она сможет вычеркнуть из него 26 цифр так, чтобы оставшееся четырёхзначное число делилось на 101.*

Решение. Так как в числе Риммы нет нулей, какая-то цифра встречается там хотя бы 4 раза — иначе в нём было бы не больше, чем 9·3 = 27 цифр. Отметим четыре одинаковые цифры, остальные вычеркнем и получим четырёхзначное число, которое делится на 1111 = 101·11, а, значит, и на 101.

♦ В решении использована одна из самых популярных «олимпиадных» идей — *принцип Дирихле*.

Задача 5. *По кругу расставлены несколько положительных чисел. Сумма всех чисел равна 360. Сумма любых 100 чисел, идущих подряд, больше 18, а сумма любых 111 чисел, идущих подряд, меньше 20. Сколько может быть чисел? Перечислите все возможности и объясните, почему других возможностей нет.*

Ответ. 1999. ***Решение***. Возьмем подряд $111{\cdot}18 = 1998$ чисел. Их сумма меньше, чем $20{\cdot}18 = 360$. Поэтому чисел больше, чем 1998. Возьмем подряд $100{\cdot}20 = 2000$ чисел. Их сумма больше, чем $18{\cdot}20 = 360$. Поэтому чисел меньше, чем 2000. Значит, их 1999. ***Замечание***. А 1999 чисел может быть: например, если все они равны 360/1999.

♦ Требование положительности чисел на самом деле излишне. Рассмотрим произвольные 11 подряд идущих чисел, и 100 чисел, идущих за ними. Поскольку сумма всех 111 чисел меньше 20, а сумма 100 чисел больше 18, то сумма любых 11 подряд идущих чисел меньше 2. Далее, рассмотрим произвольное число x, и 99 чисел, идущих за ним. Общая сумма этих 100 чисел по условию больше 18, а сумма 99 чисел (как сумма 9 групп по 11 чисел) меньше $9\times2 = 18$. Значит, число x положительно.

• За ответ без обоснования — *1 балл*. За отсутствие примера искомой расстановки 1999 чисел *оценка не снижается*, поскольку существование такой расстановки дано в условии задачи.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 7 КЛАССА

Задача 1. *Расшифруйте равенство АААА+ААА+БББ+В = БББББ, где одинаковыми буквами заменены одинаковые цифры. Найдите все возможные способы расшифровки и объясните, почему других способов нет.*

Ответ. 9999+999+111+2 = 11111. ***Решение***. Очевидно, пятизначная сумма АААА+ААА+БББ+В начинается на 1, так что БББББ = 11111. Так как ААА+БББ+В меньше 2000, а 11111–8888 больше 2000, А = 9, а В = 11111–9999–999–111 = 2.

• За верный пример — *5 баллов*, *из оставшихся 2 баллов* оценивается объяснение того, почему расшифровка только одна.

Задача 2. *Вася, Петя и Коля учатся в одном классе. Вася в ответ на любой вопрос врёт, Петя попеременно врёт и говорит правду, а Коля врёт в ответ на каждый третий вопрос, а в остальных случаях говорит правду. Однажды каждого из них шесть раз подряд спросили, сколько человек учится в их классе. В ответ пять раз прозвучало: «Двадцать пять», шесть раз: «Двадцать шесть» и семь раз: «Двадцать семь». Можно ли по их ответам узнать, сколько человек в их классе на самом деле?*

Ответ. Можно, в классе 27 человек. ***Решение***. Вася ни разу не сказал правды, Петя сказал правду трижды, а Коля — четырежды. Таким образом, правда была сказана ровно семь раз, откуда и получаем ответ.

• За ответ «можно» без объяснения и указания числа учеников — *0 баллов*. За ответ: «В классе 27 человек» без объяснения — *1 балл*.

Задача 3. *Прямоугольник двумя горизонтальными и одной вертикальной прямой разделен на шесть прямоугольных частей. За один вопрос можно узнать площадь одной из частей. Как за четыре вопроса узнать площадь исходного прямоугольника?*

Решение. Пусть проведенные прямые разделили прямоугольник на три горизонтальных ряда и две вертикальных колонки, высота верхнего ряда равна a, среднего

— b, нижнего — c, ширина левой колонки равна x, а правой — y. Узнаем площади всех трёх прямоугольников левой колонки и верхнего прямоугольника правой колонки, то есть произведения ax, bx, cx и ay. Тогда мы сможем найти отношение $t = y/x = ay/ax$, а, значит, и площади среднего и нижнего прямоугольников правой колонки: $by = tbx$ и $cy = tcx$. Сложив все шесть найденных площадей, получим площадь исходного прямоугольника.

♦ Можно показать, что меньше, чем за четыре вопроса, площадь исходного прямоугольника узнать нельзя. В общем случае, когда прямоугольник m–1 вертикальной и n–1 горизонтальной линией разрезан на mn частей, минимально необходимое число вопросов равно $m+n-1$.

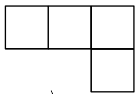
• Если верно сказано, какие четыре площади надо узнать, но не объяснено, как с их помощью узнать площадь исходного прямоугольника — *0 баллов*.

Задача 4. *Незнайка задумал четыре различных числа, а потом стал всевозможными способами выбирать из них по два и вычитать из большего меньшее. В итоге он получил разности 12, 15, 16, 29, 30 и 59. Докажите, что он где-то ошибся.* *<u>Примечание</u>. Задуманные Незнайкой числа — не обязательно целые.*

Решение. Нетрудно проверить, что из четырех чисел можно составить 6 разностей, так что Незнайка нашел их все. Пусть он задумал числа $a < b < c < d$. Заметим, что самая большая из разностей — это $d–a$, и она равна $(b–a)+(c–b)+(d–c)$. Но число 59 не равно сумме никаких трех из пяти остальных разностей. Поэтому Незнайка где-то ошибся.

• Если решение состоит в переборе случаев, и рассмотрены не все возможности, оно, как правило, должно оцениваться *в 0 баллов*. Решение в предположении, что все задуманные Незнайкой числа — целые, оценивается *из 5 баллов*. Утверждение, что число 59 не равно сумме никаких трех из пяти остальных разностей, можно использовать без обоснования.

Задача 5. *В каждую клетку клетчатой доски 8×8 записали по числу. Оказалось, что сумма чисел в любом «уголке» из четырёх клеток (см. рисунок; изображённый на нём «уголок» можно поворачивать и переворачивать) одна и та же. Докажите, что в левом нижнем и правом верхнем углу доски стоят одинаковые числа.*



Решение. Будем пользоваться обозначениями клеток доски 8×8, принятыми в шахматах. Рассмотрим два уголка: один из клеток a1, a2, b2, c2, а другой — из клеток a2, b2, c2, c1. Так как клетки a2, b2, c2 у них общие, в клетке c1 записано такое же число, что и в клетке a1. Аналогично доказывается, что одинаковые числа записаны в любых двух клетках, стоящих через одну в одной и той же горизонтали или в одной и той же вертикали доски. Таким образом, *в каждой строке и каждом столбце чередуются какие-то два числа*.

Пусть в первой строке слева направо записаны числа $x, y, x, y, x, y, x, y,$ а во второй строке — числа u, v, u, v, u, v, u, v. Суммы чисел в уголках b1, b2, c2, d2 и a1, b1, c1, c2 равны, то есть $y+u+2v = y+u+2x$, откуда $v = x$. Таким образом, в клетках h1 и h2 стоят числа y и x соответственно. Значит, они чередуются в последнем столбце, и в клетке h8 стоит то же число x, что и в клетке h2, что и требовалось доказать.

♦ Аналогично можно показать, что если раскрасить клетки доски в шахматном порядке, то любые два числа, стоящие на одноцветных клетках, будут равны.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 8 КЛАССА

Задача 1. *Однажды Вася на велосипеде поднялся на гору и немедленно спустился с нее по тому же пути. На весь путь у него ушёл 1 час. Сколько времени Вася спускался с горы, если в гору он ехал со скоростью 5 км/ч, а с горы — со скоростью 20 км/ч?*

Ответ. 12 минут. **Решение.** Пусть Вася спускался с горы t минут. Так как в гору он ехал вчетверо медленнее, на подъём у него ушло $4t$ минут. Осталось заметить, что по условию $4t+t = 5t = 60$ минут, и получить ответ.

• За верный ответ без обоснования — *3 балла*.

Задача 2. *Прямоугольник двумя линиями, параллельными его сторонам, разрезали на четыре прямоугольные части. Площадь левой верхней части равна S_1, площадь правой верхней части равна S_2, площадь левой нижней части равна S_3. Найдите площадь правой нижней части.*

Ответ. S_2S_3/S_1. **Решение.** Пусть ширина и высота левой нижней части равны a и b, а ширина и высота правой верхней части — c и d соответственно. Тогда ширина и высота правой нижней части равны c и b, а ширина и высота левой верхней части — a и d соответственно, а площадь правой нижней части равна $cb = (ab)(cd)/(ad) = S_2S_3/S_1$.

• За верную формулу без обоснования — *3 балла*.

Задача 3. *Каждый из 18 человек либо рыцарь, всегда говорящий правду, либо лжец, который всегда лжёт. Этих людей рассадили за девять двухместных столов и у каждого спросили, кто его сосед. Каждый ответил: «Лжец». Докажите, что людей нельзя так пересадить, чтобы каждый из них на такой же вопрос ответил: «Рыцарь».*

Решение. Если за столом сидят два рыцаря или два лжеца, то каждый скажет про соседа, что тот — рыцарь, а если там рыцарь и лжец, то каждый скажет про своего соседа, что тот — лжец. Таким образом, в нашем случае за каждым столом сидят рыцарь и лжец, а нам надо рассадить их так, чтобы за каждым столом были либо два рыцаря, либо два лжеца. Но тогда и тех, и других было бы четное число, а у нас 9 рыцарей и 9 лжецов.

• Если показано, что в исходной рассадке за каждым столом сидят лжец и рыцарь, а дальнейшего содержательного продвижения нет — *2 балла*. Если без обоснования используется, что за каждым столом сидят лжец и рыцарь — *не выше 3 баллов*.

Задача 4. *В треугольнике ABC биссектриса BL равна стороне AB. На продолжении BL за точку L выбрана точка K так, что $\angle BAK+\angle BAL = 180°$. Докажите, что $BK = BC$.*

Решение. Так как $BL = AB$, $\angle BAL = \angle BLA$. Поэтому

$$\angle BLC = 180°-\angle BLA = \angle 180°-\angle BAL = \angle BAK,$$

и треугольники BAK и BLC равны по стороне и двум углам ($BA = BL$, $\angle BLC = \angle BAK$, $\angle ABL = \angle CBL$). Осталось заметить, что BK и BC — соответственные стороны этих треугольников.

Задача 5. *Петя задумал пять различных чисел, а потом стал выбирать из них по два и делить большее на меньшее. Он нашел семь из десяти возможных частных, и они оказались натуральными степенями двойки. Докажите, что три оставшихся* *частных — тоже натуральные степени двойки. (Натуральная степень двойки — это 2 в степени, показатель которой равен натуральному числу.)*

Решение. Напишем задуманные Петей числа a, b, c, d, e на плоскости и соединим каждые два числа линией: красной, если Петя нашел частное от деления чисел, которые она соединяет, и синей, если не нашел. Нетрудно проверить, что всего линий получится 10, значит синих — 3.

Пусть два числа, скажем, a и b ($a > b$) соединены синей линией. Тогда в не имеющих общих линий путях $a - c - b$, $a - d - b$, $a - e - b$ не больше двух синих линий. Значит, хотя бы один из них — пусть $a - c - b$ — состоит из красных линий, то есть $a/c = 2^n$ и $c/b = 2^m$, где n и m — целые числа. Но тогда частное a/b равно $(a/c)(c/b) = 2^n \cdot 2^m = 2^{m+n}$. Это целая степень двойки, а так как $a > b$, то натуральная степень двойки.

• Если замечено, что если a/c и c/b — целые степени двойки, то и a/b — целая степень двойки, а других содержательных продвижений нет — *1 балл*. Если задача решается перебором случаев, и хотя бы один возможный случай упущен или рассмотрен неверно — *не выше 2 баллов*.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 9 КЛАССА

Задача 1. *Найдите наименьшее натуральное число, у которого произведение цифр равно 5, а сумма цифр равна 8.*

Ответ. 1115. ***Решение***. Так как число 5 — простое, то одна из цифр числа — пятёрка, а остальные — единицы. Так как сумма цифр числа равна 8, то единиц в нем три. Чтобы составить из пятерки и трех единиц наименьшее возможное число, надо пятёрку поставить в разряд единиц, откуда и получаем ответ.

• За ответ без обоснования — *4 балла*.

Задача 2. *Каждый из 12 человек либо рыцарь, всегда говорящий правду, либо лжец, который всегда лжёт. Этих людей рассадили за шесть двухместных столов и у каждого спросили, кто его сосед. Каждый ответил: «Лжец». Докажите, что людей можно так пересадить, чтобы каждый из них на такой же вопрос ответил: «Рыцарь».*

Решение. Если за столом сидят два рыцаря или два лжеца, то каждый скажет про соседа, что тот — рыцарь, а если там рыцарь и лжец, то каждый скажет про своего соседа, что тот — лжец. Таким образом, в нашем случае за каждым столом сидят рыцарь и лжец, то есть у нас 6 рыцарей и 6 лжецов. Посадив за три стола три пары рыцарей, а за три — три пары лжецов, мы добьёмся требуемого.

• Если без обоснования используется, что за каждым столом сидят лжец и рыцарь — *не выше 3 баллов*.

Задача 3. *Прямоугольник двумя горизонтальными и одной вертикальной прямой разделен на шесть прямоугольных частей. За один вопрос можно узнать площадь одной из частей. Как за четыре вопроса узнать площадь исходного прямоугольника?*

Решение. См. решение задачи 3 для 7 класса.

• Если верно сказано, какие четыре площади надо узнать, но не объяснено, как с их помощью узнать площадь исходного прямоугольника — *0 баллов*.

Задача 4. *Могут ли точки касания вписанной в треугольник окружности со сторонами этого треугольника быть вершинами прямоугольного треугольника?*

Ответ. Нет. ***Первое решение***. Пусть K, L и M — точки касания окружности, вписанной в треугольник ABC, со сторонами AB, AC и BC соответственно. По свойству касательных $AK = AL$ и $BK = BM$. Поэтому $\angle AKL = \angle ALK = (180°–\angle A)/2$. Аналогично, $\angle BKM = (180°–\angle B)/2$. Тогда $\angle LKM = 180°– \angle AKL– \angle BKM = (\angle A+\angle B)/2 < 180°/2 = 90°$. Аналогично показывается, что углы при вершинах L и M треугольника KLM — тоже острые. ***Второе решение***. По теоремам о вписанном угле и угле между касательной и хордой $\angle KML = \angle AKL$. Но AKL — острый, как угол при основании равнобедренного треугольника KAL. Значит, угол при вершине M треугольника KLM — острый. Аналогично доказывается, что два других угла этого треугольника — тоже острые.

• Если углы треугольника с вершинами в точках касания выражены через углы исходного треугольника, а дальнейшего содержательного продвижения нет —*2 балла*.

Задача 5. *Петя задумал четыре различных числа, а потом стал выбирать из них по два и делить большее на меньшее. Он нашел четыре из шести возможных частных, и они оказались натуральными степенями двойки. Докажите, что два оставшихся частных — тоже натуральные степени двойки. (Натуральная степень двойки — это 2 в степени, показатель которой равен натуральному числу.)*

Решение. Напишем задуманные Петей числа a, b, c, d на плоскости и соединим каждые два числа линией: красной, если Петя нашел частное от деления чисел, которые она соединяет, и синей, если не нашел. Нетрудно проверить, что всего линий получится 6, значит синих — 2.

Пусть два числа, скажем, a и b ($a > b$), соединены синей линией. Тогда в не имеющих общих линий путях $a – c – b$ и $a – d – b$ не больше одной синей линии. Значит, хотя бы один из них — пусть $a – c – b$ — состоит из красных линий, то есть $a/c = 2^n$ и $c/b = 2^m$, где n и m — целые числа. Но тогда $a/b = (a/c)(c/b) = 2^n{\cdot}2^m = 2^{m+n}$. Это целая степень двойки, а так как $a > b$, то натуральная степень двойки.

• Если замечено, что если a/c и c/b — целые степени двойки, то и a/b — целая степень двойки, а других содержательных продвижений нет — *1 балл*. Если задача решается перебором случаев, и хотя бы один возможный случай упущен или рассмотрен неверно — *не выше 2 баллов*.

Задача 6. *Сумма квадратов положительных чисел x, y и z равна 3. Докажите, что* $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} \geq x+y+z$.

Решение. Достаточно показать, что $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\cdot(x+y+z) \geq (x+y+z)^2$ (*). Заметим, что $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\cdot(x+y+z) = 3+(\frac{x}{y}+\frac{y}{x})+(\frac{x}{z}+\frac{z}{x})+(\frac{y}{z}+\frac{z}{y}) \geq 9$, так как сумма двух взаимно обратных положительных чисел не меньше 2. С другой стороны, $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2xz \leq x^2+y^2+z^2+(x^2+y^2)+(y^2+z^2)+(x^2+z^2) = 3(x^2+y^2+z^2) = 9$. Итак, левая часть неравенства (*) не меньше 9, а правая — не больше 9, откуда и вытекает справедливость этого неравенства.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 10 КЛАССА

Задача 1. *Маша выписала на доску три различных числа. Потом она добавила к ним их квадраты, после чего среди шести чисел на доске оказалось пять различных, а когда она добавила на доску ещё и их кубы, то среди девяти чисел на доске оказалось только шесть различных. Покажите, как такое могло случиться.*

Решение. Подойдут, например, числа 2, 0 и –1.

• Для оценки в *7 баллов достаточно одного верного примера*. Отсутствие объяснения того, как пример был найден, *оценки не снижает*.

Задача 2. *Каждый из 18 человек либо рыцарь, всегда говорящий правду, либо лжец, который всегда лжёт. Этих людей рассадили за шесть трехместных столов и у каждого спросили, кто его соседи. Каждый ответил: «Оба они лжецы». Докажите, что людей можно так пересадить, чтобы каждый из них на такой же вопрос мог ответить: «Оба они рыцари».*

Решение. Если за столом есть рыцарь, то оба его соседа — действительно лжецы, и каждый из них действительно солгал: ведь то, что **оба** его соседа — лжецы, неверно. А если бы за каким-то столом сидели три лжеца, то каждый сказал бы правду, что невозможно. Итак, за каждым столом сидит один рыцарь и два лжеца. Значит, всего у нас 6 рыцарей и 12 лжецов, и нам достаточно пересадить их так, чтобы за двумя столами сидели по 3 рыцаря, а за остальными — по 3 лжеца.

• Полное решение этой задачи состоит из двух частей: доказательства того, что за каждым столом сидят рыцарь и два лжеца, и объяснения, как надо пересаживать. Если есть только первая часть, решение оценивается *из 3 баллов*. *Обратите внимание*: доказательство того, что за каждым столом сидят рыцарь и два лжеца, включает не только проверку, что в этом случае все трое на вопрос о соседях могут сказать: «Оба они лжецы», но и объяснение того, почему другой набор рыцарей и лжецов за столом в этом случае сидеть не может. Если такого объяснения нет, решение оценивается *не выше, чем в 4 балла*.

Задача 3. *Точки P и Q — центры вписанных окружностей треугольников ABC и DEF соответственно. Докажите, что если площади треугольников PAB и QDE равны, площади треугольников PBC и QEF равны и площади треугольников PCA и QFD равны, то треугольники ABC и DEF равны.*

Решение. Пусть радиусы вписанных окружностей треугольников ABC и DEF равны r_1 и r_2 соответственно. Тогда удвоенные площади треугольников PAB и QDE равны, соответственно, $AB{\cdot}r_1$ и $DE{\cdot}r_2$, откуда $AB/DE = r_2/r_1$. Аналогично, r_2/r_1 равны отношения BC/EF и CA/FD. Таким образом, стороны треугольников ABC и DEF пропорциональны, то есть эти треугольники подобны. При этом равны их площади, как суммы соответственно равных площадей, так что коэффициент подобия равен 1. Значит, треугольники ABC и DEF равны, что и требовалось доказать.

• Если доказано только подобие треугольников ABC и DEF — *3 балла*.

Задача 4. *Даны три различных квадратных трехчлена с положительными коэффициентами при x^2, у каждого из которых есть два различных корня. Известно, что у любых двух из этих трехчленов есть общий корень, но нет корня, общего для всех трех трехчленов. Докажите, что сумма трех данных трехчленов имеет два различных корня.*

Решение. Если у данного трехчлена есть корень, не являющийся корнем какого-то из двух других трехчленов, то другой корень этого трехчлена будет общим корнем всех трех трехчленов, что запрещено условием. Поэтому каждый из 6 корней считается дважды, так что на самом деле каждый из них равен одному из трех чисел $a < b < c$. В точке b два трехчлена обращаются в 0, а третий принимает отрицательное значение, так как b лежит между его корнями a и c, а коэффициент при x^2 у него положителен. Значит, отрицательное значение в точке b имеет и сумма всех трех трехчленов. Так как коэффициент при x^2 у этой суммы также положителен, ветви соответствующей параболы направлены вверх, и потому эта парабола пересекает ось абсцисс в двух точках, что и требовалось доказать.

• Рассмотрение частных случаев при отсутствии общего доказательства — *0 баллов.* Без обоснования используется тот факт, что множество всех корней трех данных трехчленов состоит из трех чисел — *снимается 2 балла*.

Задача 5. *Петя задумал пять различных чисел, а потом стал выбирать из них по два и делить большее на меньшее. Он нашел семь из десяти возможных частных, и они оказались натуральными степенями двойки. Докажите, что три оставшихся частных — тоже натуральные степени двойки. (Натуральная степень двойки — это 2 в степени, показатель которой равен натуральному числу.)*

Решение. См. решение задачи 5 для 8 класса.

• Если замечено, что если a/c и c/b — целые степени двойки, то и a/b — целая степень двойки, а других содержательных продвижений нет — *1 балл*. Если задача решается перебором случаев, и хотя бы один возможный случай упущен или рассмотрен неверно — *не выше 2 баллов*.

Задача 6. *В пространстве взяли точки A, B, C, D, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Оказалось, что для каждой из них ровно один из трех углов с вершиной в ней и сторонами, проходящими через две из оставшихся точек — прямой. Докажите, что треугольники ABC, ABD, ACD и BCD равны.*

Решение. Заметим, что всего в треугольниках ABC, ABD, ACD и BCD четыре прямых угла. Так как два прямых угла в треугольнике быть не может, все эти треугольники — прямоугольные. Возьмем самый длинный из отрезков между нашими точками — пусть это AB. Тогда в треугольниках ABC и ABD углы при вершинах C и D соответственно — прямые. Значит, прямые углы в треугольниках ACD и BCD находятся, соответственно, при вершинах A и B.

Запишем для найденных прямоугольных треугольников теорему Пифагора:

$$CB^2 + CA^2 = AB^2 = DB^2 + DA^2,\ AC^2 + AD^2 = CD^2 = BC^2 + BD^2.$$

Вычитая из первого двойного равенства второе, получаем $CB^2 - AD^2 = AD^2 - BC^2$, откуда $AD = BC$. Аналогично, $AC = BD$. Отсюда $AB^2 = BC^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2 = CD^2$, откуда $AB = CD$. Теперь легко проверить, что любые два из треугольников ABC, ABD, ACD и BCD равны по трем сторонам.

♦ Тетраэдры, у которых все грани равны, называются *равногранными* и обладают многими интересными свойствами. Но, как показано в решении задачи 6 11 класса, точки A, B, C, D с указанными в условии нашей задачи свойствами являются вершинами прямоугольника.

• Показано только, что в каждом из треугольников ABC, ABD, ACD и BCD есть прямой угол — *1 балл*. Установлено расположение прямых углов (первые два абзаца нашего решения или эквивалентное рассуждение), дальнейшего содержательного продвижения нет — *3 балла*. Расположение прямых углов используется без обоснования — *не более 3 баллов*.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 11 КЛАССА

Задача 1. *Каждый пятый кореец носит фамилию Ли, каждый восьмой — фамилию Ким, каждый десятый — фамилию Пак. Какой процент корейцев не носит ни одну из этих трёх фамилий?*

Ответ. 57,5%. ***Решение***. 1/5 = 20%, 1/8 = 12,5%, 1/10 = 10%. Вычитая из 100% сумму 20%+12,5%+10%, получаем ответ.

• Ошибки в вычислениях при верном ходе рассуждений — *снимается от 2 до 4 баллов*, в зависимости от тяжести ошибок.

Задача 2. *Приведите пример двух квадратных трёхчленов, не имеющих корней, сумма которых имеет два различных корня.*

Решение. Например, x^2+1 и $-2x^2+3$.

• Есть верный пример — *7 баллов*, нет — как правило, *0 баллов*.

Задача 3. *Пять прямых пересекаются ровно в девяти различных точках. Докажите, что какие-то две из этих прямых параллельны.*

Решение. Обозначим данные прямые через a, b, c, d, e. Допустим, прямые a, b и c пересекаются в одной точке. Так как каждая из прямых d, e пересекается с a, b и c не более чем в трех точках, а между собой d и e пересекается не более чем в одной точке, всего точек пересечения будет не более восьми. Значит, в каждой точке пересекаются ровно две прямые. Если при этом среди прямых нет параллельных, то точек попарного пересечения прямых, как легко проверить, получается десять. Значит, параллельные прямые среди данных есть, что и требовалось доказать.

• Приведен пример, когда есть две параллельные прямые и точек пересечения ровно 9, но не показано, почему невозможен случай, когда точек 9, а параллельных прямых нет — *0 баллов*.

Задача 4. *Как восстановить треугольник ABC по точкам P и Q, в которых вписанная окружность касается сторон AB и BC соответственно, и прямой h, на которой лежит высота, опущенная из вершины A?*

Решение. Пусть O — центр вписанной окружности треугольника ABC. Он равноудален от точек P и Q, и потому лежит на серединном перпендикуляре l отрезка PQ. С другой стороны, $OQ \perp BC$ и $h \perp BC$, откуда $OQ \parallel h$. Поэтому мы можем найти точку O как пересечение серединного перпендикуляра l с прямой, проходящей через точку Q параллельно прямой h. Затем восстанавливаем прямые BA и BC как перпендикуляры к OP и OQ, проведенные через точки P и Q соответственно. Далее восстанавливаем точку A как пересечение прямых AB и h. Наконец, восстанавливаем сторону AC, проведя из точки A прямую, касающуюся окружности с центром O и радиусом OP и не совпадающую с прямой AB.

• За верное построение — *5 баллов*. *Из оставшихся 2 баллов* оценивается обоснование построения. Наличие или отсутствие исследования на оценку не влияет.

Задача 5. *Петя задумал 10 различных чисел, а потом стал выбирать из них по два и делить большее на меньшее. Он нашел 37 из 45 возможных частных, и они ока-*

зались натуральными степенями двойки. Докажите, что 8 оставшихся частных — тоже натуральные степени двойки. (Натуральная степень двойки — это 2 в степени, показатель которой равен натуральному числу.)

Решение. Напишем задуманные Петей числа $a_1, \ldots, a_{10}$ на плоскости и соединим каждые два числа линией: красной, если Петя нашел частное от деления чисел, которые она соединяет, и синей, если не нашел. Всего линий получится столько, сколько существует пар данных чисел, то есть $10 \cdot 9/2 = 45$. Значит, синих линий будет $45-37 = 8$.

Пусть два числа, скажем, a_1 и a_2 ($a_1 > a_2$) соединены синей линией. Тогда в восьми не имеющих общих линий путях $a_1 - a_3 - a_2, \ldots, a_1 - a_{10} - a_2$ не больше семи синих линий. Значит, хотя бы один из них — пусть $a_1 - a_3 - a_2$ — состоит целиком из красных линий, то есть $a_1/a_3 = 2^n$ и $a_3/a_2 = 2^m$, где n и m — целые числа. Но тогда $a_1/a_2 = (a_1/a_3)(a_3/a_2) = 2^n \cdot 2^m = 2^{m+n}$. Это целая степень двойки, а так как $a_1 > a_2$, то натуральная степень двойки.

• Если замечено, что если a/c и c/b — целые степени двойки, то и a/b — целая степень двойки, а других содержательных продвижений нет — *1 балл*. Если задача решается перебором случаев, и хотя бы один возможный случай упущен или рассмотрен неверно — *не выше 2 баллов*.

Задача 6. *В пространстве взяли точки A, B, C, D, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Оказалось, что для каждой из них ровно один из трех углов с вершиной в ней и сторонами, проходящими через две из оставшихся точек — прямой. Докажите, что взятые точки являются вершинами прямоугольника.*

Решение. Пусть AB — наибольший из отрезков с концами во взятых точках. Тогда, как показано в решении задачи 6 10 класса, $AD = BC$, $AC = BD$, $AB = CD$ и углы ACB, ADB, CAD и CBD — прямые. Поэтому чтобы доказать, что $ACBD$ — прямоугольник, достаточно доказать, что точки A, B, C, D лежат в одной плоскости. Пусть это не так. Повернем треугольник ACB вокруг прямой AB так, чтобы он оказался в плоскости ADB по разные стороны от прямой AB с треугольником ADB. Точка C при этом перейдет в такую точку E, что $ADBE$ — прямоугольник, так как углы ADB и AEB — прямые, $AD = BC = BE$ и $BD = AC = AE$. Значит, $DC = AB = DE$. Но $DE = 2DF$, где F — середина отрезка AB, а $DC < DF+CF = 2DF$ ($CF = DF$ в силу равенства треугольников ACB и ADB), то есть $DC < DE$. Противоречие.

• Показано только, что в каждом из треугольников ABC, ABD, ACD и BCD есть прямой угол — *1 балл*. Установлено расположение прямых углов (первый абзац нашего решения задачи 10-6 или эквивалентное рассуждение), дальнейшего содержательного продвижения нет — *2 балла*. Доказаны равенства $AD = BC$, $AC = BD$, $AB = CD$, дальнейшего содержательного продвижения нет — *4 балла*.

ИСТОЧНИКИ И АВТОРЫ ЗАДАЧ

IV Лига открытий, Казань, сентябрь 2018 г.: 5-5, 6-4 (в упрощенном виде).

XII Уральский турнир юных математиков (автор – И. Рубанов): 7-3 = 9-3.

XIII Уральский турнир юных математиков (автор – И. Рубанов): 6-5.

XIII Уральский турнир юных математиков (автор – Ф. Бахарев): 8-4.

III Кубок памяти А.Н. Колмогорова (автор – С. Злобин): 9-6, 10-6 (в измененном виде).

Д. Шноль: 5-4. Фольклор: 5-1, 5-3, 6-1, 6-3, 7-1, 8-1, 8-2, 9-1, 11-1, 11-2.

Остальные задачи составлены И. Рубановым специально для этой олимпиады.

ЦИКЛЫ ЗАДАЧ

В вариантах этого года есть несколько циклов родственных задач, предложенных ученикам разных классов: 5-1, 6-1, 7-1 (числовые ребусы); 5-2, 6-2, 7-2 (логические задачи); 8-3, 9-2, 10-2 (логические задачи); 8-2, 7-3 = 9-3 (площади, алгебра); 8-5 = 10-5, 9-5, 11-5 (делимость, графы), 10-6, 11-6 (стереометрия). Их можно использовать при составлении занятий кружка.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Информация о победителях и призерах областной олимпиады 2018/19 г.

ДИПЛОМ I СТЕПЕНИ. *Егор Загоскин* (КФМЛ, 7 кл), *Сергей Дружков, Георгий Татаринов* (оба — КФМЛ, 8 кл.), *Левкий Яговкин* (КФМЛ, 7 кл. — за 8 кл.), *Артём Савельев* (КФМЛ, 9 кл.), *Андрей Гундоров, Александр Колпащиков, Мария Семёнова* (все — КФМЛ, 10 кл.), *Ирина Ланских* (КФМЛ, 11 кл.).

ДИПЛОМ II СТЕПЕНИ. *Анна Казанцева* (Киров, МБОУ СОШ с УИОП №47, 7 кл.), *Данил Панкратов, Екатерина Рязанова, Глеб Хитрин* (все — КФМЛ, 7 кл.), *Марина Ожегова, Михаил Петров, Олег Чурин* (все — КФМЛ, 8 кл.), *Анастасия Барышева, Ольга Полозова* (обе — КФМЛ, 9 кл.), *Михаил Никонов* (Киров, МОАУ «Лицей №21», 10 кл.), *Илья Кощеев* (Киров, МОАУ ЛИнТех № 28, 11 кл.), *Анатолий Ашихмин, Сергей Лучинин* (оба — КФМЛ, 11 кл.)

ДИПЛОМ III СТЕПЕНИ. *Денис Зорин, Вячеслав Казаков, Алёна Микрюкова, Матвей Назаров, Григорий Попов, Варвара Прозорова* (все — КФМЛ, 7 кл.), *Елизавета Петухова, Ассоль Рябинина* (обе — КФМЛ, 8 кл.), *Дмитрий Волянский, Ксения Головина, Антон Ермаков, Егор Курагин, Михаил Малофеев, Никита Москалев* (все — КФМЛ, 9 кл.), *Стефан Шушпанов* (КФМЛ, 10 кл.), *Степан Шамов* (КФМЛ, 11 кл.).

ПОХВАЛЬНАЯ ГРАМОТА. *Святослав Головин, Мария Малых, Анна Попцова* (все — КФМЛ, 7 кл.), *Кирилл Тихонов* (КФМЛ, 6 кл. — за 7 кл.), *Марина Горшунова, Михаил Курилов, Елисей Шушпанов* (все — КФМЛ, 9 кл.), *Вячеслав Коханов* (Киров, МОАУ «Лицей №21», 9 кл.), *Дмитрий Леонов, Алексей Лучинин, Глеб Марьин* (все — КФМЛ, 10 кл.), *Анатолий Евтухов, Дмитрий Клёпов, Иосиф Бурков* (все — КФМЛ, 11 кл).

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ХРОНИКА (ноябрь 2018 – октябрь 2019)

27 октября – 4 ноября. В Уфе состоялся XXI Кубок памяти А.Н. Колмогорова. Участвовали 52 команды, представлявшие более 25 городов России. Команда «Киров 11» заняла 3 место в высшей лиге старшей группы, команда «Киров 10-11» — 3 место в первой лиге старшей группы, команда «Киров-9» — 1 место в первой лиге младшей группы.

2 – 8 декабря. Во Владимире прошёл L Уральский турнир юных математиков. Участвовали 98 команд, представлявшие 24 города России. Команда «Киров-8» заняла 5 место в высшей лиге старшей группы, команда «Киров-7» — 5 место в первой лиге младшей группы, команда «Киров-6» — 2 место в первой лиге «Б» группы «Старт».

19 – 21 января. В Казани состоялся турнир математических игр имени П.А. Широкова. 11 команд кировчан участвовали в этом турнире онлайн. Команда «Киров 5-1» завоевала диплом I степени, «Киров 4-2», «Киров 5-2», «Киров 6-1» — дипломы II степени, команды «Киров 4-1», «Киров 5-3», «Киров 5-5», «Киров 6-2» и «Киров 6-3» — дипломы III степени.

16 – 22 февраля. LI Уральский (XXVI Кировский) турнир юных математиков. Участвовали 80 команд, представлявшие 22 города России. Команда «Киров-8-1» заняла 1 место в первой лиге старшей группы, команда «Киров-8-2» — 6 место во второй лиге старшей группы, команды «Киров-7-2» и «Киров-7-1» — 5 и 7 места соответственно в первой лиге младшей группы, команда «Киров-6-1» — 7 место в первой лиге группы «Старт», команды «Киров-6-2» и «Киров-6-3» — 6 и 8 места соответственно во второй лиге группы «Старт», команды «Киров-5-1» и «Киров-5-2» — 7 и 8 места соответственно в третьей лиге группы «Старт».

11 февраля (для 6-8 кл.) и 4 марта (для 9-11 кл.). Санкт-Петербургская городская математическая олимпиада. 11 февраля эта олимпиада для кировчан проводилась под руководством члена её жюри Сергея Берлова непосредственно в Кирове, ученики 9-11 классов

4 марта соревновались в Санкт-Петербурге. 29 кировчан награждены дипломами и похвальными отзывами: *Сергей Лучинин* — дипломом I степени, *Александр Гнусов* (КФМЛ, 6 кл), *Сергей Дружков, Георгий Татаринов, Артём Савельев, Андрей Гундоров, Стефан Шушпанов, Ирина Ланских* — дипломами II степени, *Александр Колпащиков, Иосиф Бурков* — дипломами III степени, *Алина Грель* (КФМЛ, 5 кл. — за 6 кл.), *Андрей Николаев, Кирилл Тихонов, Павел Усатов* (все — КФМЛ, 6 кл.), *Егор Загоскин, Данил Панкратов, Григорий Попов, Марина Ожегова, Левкий Яговкин* (за 8 кл.), *Дмитрий Волянский* — похвальными отзывами I степени, *Михаил Муравьёв* (КФМЛ, 5 кл. — за 6 кл.), *Михаил Зорин, Евгений Луппов, Арсений Черанёв* (все — КФМЛ, 6 кл), *Анна Казанцева, Алёна Микрюкова, Анастасия Охорзина, Елизавета Петухова, Егор Курагин* — похвальными отзывами II степени.

15 марта. 28240 учащихся из Кировской области участвуют в международном математическом конкурсе-игре "Кенгуру-2017".

21 – 24 марта состоялся заключительный этап V олимпиады имени Леонарда Эйлера, проведённой для восьмиклассников России АНОО «Вятский центр дополнительного образования» и Московским Центром непрерывного математического образования. В нём приняли участие 271 учащийся 5-8 классов. Участники были распределены по территориальному признаку по четырём финалам в Барнауле, Кирове, Москве и Санкт-Петербурге. В кировском финале участвовали 80 школьников. Кировчане *Марина Ожегова* и *Георгий Татаринов* завоевали дипломы III степени.

1 апреля состоялась игра «Математическая абака», которая синхронно проводилась в Кирове и в Кирово-Чепецке. В игре приняло участие 58 команд 4 класса и 73 команды 5 классов из Кирова и области.

9 – 15 апреля. Во Флоренции (Италия) состоялась VII Европейская математическая олимпиада для девушек, в которой участвовали сборные 52 стран мира. *Ирина Ланских* в составе команды России завоевала золотую медаль.

13 – 15 апреля. Турнир математических игр имени Н.Г. Чеботарева в Казани. 7 команд кировчан участвовали в этом турнире онлайн. Команды «Киров 4-1» и «Киров 4-2» завоевали дипломы II и III степени соответственно.

15 апреля. XIV всероссийская олимпиада по геометрии им. И.Ф. Шарыгина (XVI устная олимпиада по геометрии, г. Москва). Участвовало 19 кировчан. *Артем Савельев, Егор Курагин, Иосиф Бурков* завоевали дипломы II степени, *Сергей Дружков, Марина Ожегова, Дмитрий Волянский, Александр Колпащиков, Степан Шамов* — дипломы III степени, *Анастасия Охорзина, Вячеслав Коханов, Михаил Малофеев, Анатолий Евтухов* — похвальные грамоты.

23 – 28 апреля. Всероссийская математическая олимпиада в Екатеринбурге. Участвовали кировчане: *Артём Савельев* (диплом призёра по 9 кл.) *Андрей Гундоров, Александр Колпащиков, Мария Семёнова* (дипломы призёра по 10 кл.), *Анатолий Ашихмин* (диплом призёра и спецприз за красивое решение задачи по 11 кл.), *Ирина Ланских, Сергей Лучинин, Степан Шамов* (дипломы призёра по 11 кл.).

3 – 14 июля в г. Клуж-Напока (Румыния) прошла 59-я Международная Математическая олимпиада по математике, в которой участвовало 594 участника из 107 стран. Кировчанин *Сергей Лучинин* в составе сборной России завоевал серебряную медаль.

3 – 28 июля. XXXIV Летняя математическая школа Кировской области. 438 учащийся (в том числе 262 математика), среди которых 327 иногородний из 32 регионов России и из Казахстана.

30 июля – 2 августа. *Артем Савельев* участвует в финальном туре X олимпиады по геометрии им. И.Ф. Шарыгина, и награжден дипломом за успешное выступление.

3 – 11 августа. *Анастасия Барышева, Андрей Гундоров, Артем Савельев* участвуют в XXX Международной конференции Турнира городов (станица Даховская, Республика Адыгея). По итогам конференции награждены дипломами.

7 октября состоялась игра «Математическое домино», в которой приняли участие 547 пятиклассников и 540 шестиклассников из Кирова и области.

По итогам **XXXIX Турнира городов**, проходившего в 2017/18 учебном году, 39 школьников из Кировской области награждены дипломами победителей.