



XLVI РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

КИРОВСКАЯ ОБЛАСТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

II (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ, РЕШЕНИЯ, МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

**Киров
2019**

*Оргкомитету и жюри муниципального этапа
математической олимпиады школьников*

Уважаемые коллеги!

В начале олимпиады напомните участникам, что нужно не только приводить ответы, но и *обосновывать* их (в этом, по существу, и состоит решение задачи, а ответ — лишь его результат).

Продолжительность олимпиады составляет для 5-7 кл. — 2,5 часа, для 8 кл. — 3 часа, для 9 кл. — 3,5 часа, для 10-11 кл. — 4 часа, не считая времени, потраченного на заполнение титульных листов работ и разъяснение условий задач.

После олимпиады (лучше всего — в тот же день) просим провести разбор задач для ее участников.

Отзывы об этой брошюре и олимпиадных заданиях направляйте по адресу: 610005, г. Киров, 5, а/я 1026, ЦДООШ.

Автор благодарен М. А. Корчёмкиной, И. А. Семёновой, В. В. Сидорову, О. В. Старостиной и А. В. Черанёвой за полезные обсуждения и критику.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕРКЕ И ОЦЕНКЕ ОЛИМПИАДНЫХ РАБОТ

1. Решение каждой задачи, независимо от её трудности, оценивается из 7 баллов. Жюри не имеет права изменять цену задачи. Каждая оценка должна быть целым числом, не меньшим 0 и не большим 7, дробные оценки не допускаются.

2. При оценке рассуждений в олимпиадных работах, как правило, сначала дается ответ на принципиальный вопрос: являются ли решением задачи (хотя, может быть, и с различными недостатками) или не являются (хотя, может быть, и содержат существенное продвижение в направлении решения). В первом случае оценка должна быть не ниже 4, во втором — не выше 3.

3. По проверке и оценке решений большинства задач мы даём конкретные указания. Они помещаются после наших решений и отмечены значком •. В случаях, не предусмотренных конкретными указаниями, оценка определяется по следующим общим правилам:

<i>Оценка</i>	<i>З а ч т о с т а в и т с я</i>
7	Верное решение
6	Верное решение с небольшими недочётами
5	Решение в целом верно, но имеет заметные недочёты
4	Решение в основных чертах верно и выполнено более чем наполовину, но существенно неполно
3	Решение в целом отсутствует, но рассуждения содержат существенное продвижение в верном направлении
1-2	Решение в целом отсутствует, но содержит более или менее заметное продвижение в верном направлении
0	Решение полностью неверно или отсутствует

Решение, выполненное более чем наполовину, считается *существенно неполным*, если:

- ✓ содержит основные нужные идеи, но не доведено до конца;
- ✓ при верной общей схеме рассуждений явно или скрыто опирается на важные недоказанные утверждения, которые нельзя считать известными или очевидными;
- ✓ состоит в разборе нескольких возможных случаев, и хотя бы один *существенный* случай упущен или разобран неверно;
- ✓ состоит из двух частей (например, доказательства необходимости и достаточности либо доказательства оценки и построения примера), из которых верно выполнена только одна, причём более сложная.

При расхождении между общими и конкретными указаниями применяются конкретные.

4. При оценке решений на олимпиаде учитываются *только их правильность, полнота и обоснованность*. Нельзя снижать оценку за «нерациональность» решения (кроме отдельных редких случаев, когда это прямо предусмотрено конкретными указаниями по проверке данной задачи). ***Ни при каких обстоятельствах нельзя снижать оценку за нетиповое оформление решения, исправления, пометки и т.п.***

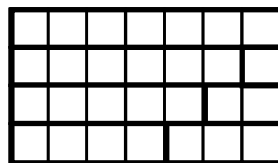
5. Оценивая олимпиадные работы, следует отличать принципиальные (прежде всего — логические) ошибки от технических, каковыми являются, например, вычислительные ошибки в *не вычислительной* задаче (алгебраические ошибки в *вычислительной* задаче часто являются принципиальными). Технические ошибки, не искажающие логику решения, следует приравнивать к недочетам.

6. Мы постоянно ориентируем школьников на необходимость обоснования решений. Но при этом не следует требовать большего уровня строгости, чем принято в обычной школьной практике. Умение хорошо *догадываться* на олимпиаде должно цениться выше, чем умение хорошо изложить решение.

7. Ответ, найденный логическим путем, как правило, оценивается выше, чем найденный слепым подбором.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 5 КЛАССА

Задача 1. Как разрезать изображенный справа клетчатый прямоугольник на 7 прямоугольников, среди которых нет одинаковых? Все разрезы должны проходить по границам клеток. Покажите на рисунке, как должны проходить разрезы.



Решение. Например, так, как показано на рисунке справа.

♦ Есть и другие способы разрезания, в том числе с использованием квадрата 2×2 , прямоугольника 2×3 и т.п.

• Любой верный рисунок: 7 баллов. Нет верного рисунка (или верного его описания): 0 баллов.

Задача 2. Найдите все четырёхзначные числа, у которых вторая цифра в 4 раза больше первой, а двузначное число из двух первых цифр вдвое меньше двузначного числа из двух последних цифр. Объясните, как вы нашли ответ.

Ответ. 1428, 2856. **Решение.** Так как вторая цифра меньше 10, первая цифра — 1 или 2. Поэтому искомое число начинается либо с 14, либо с 28. В первом случае число по условию должно оканчиваться на 28, во втором — на 56, откуда и получаем ответ.

• Найдено только одно искомое число: 2 балла. Найдены оба числа, но из решения не видно, почему нет других искомых чисел: 4 балла. Найдены оба числа, доказано, что первая цифра может быть только 1 или 2, но ничего не сказано про остальные цифры: 5 баллов.

Задача 3. 3 молодильных яблока, 4 волшебных груши и 2 золотых апельсина стоят 110000 рублей, а 9 молодильных яблок, 2 волшебных груши и 7 золотых апельсинов — 235000 рублей. Сколько стоят 4 молодильных яблока, 2 волшебных груши и 3 золотых апельсина? Объясните, как вы получили ответ.

Ответ. 115000 рублей. **Решение.** Из условия следует, что $3+9 = 12$ молодильных яблок, $4+2 = 6$ волшебных груш и $2+7 = 9$ золотых апельсинов стоят $110000+235000 = 345000$ рублей. Значит, $12 : 3 = 4$ молодильных яблока, $6 : 3 = 2$ волшебных груши и $9 : 3 = 3$ золотых апельсина стоят $345000 : 3 = 115000$ рублей.

• Ответ без объяснения или найденный подбором: 1 балл.

Задача 4. За круглым столом сидят пять человек: А, Б, В, Г и Д. А сказал: «Рядом со мной сидит Б» и «Рядом со мной сидит В». Б сказал: «Рядом со мной сидит Г» и «Рядом со мной сидит Д». Докажите, что, как бы они ни сидели, хотя бы одно из четырёх сделанных утверждений — правда.

Решение. Пусть А оба раза солгал. Тогда рядом с ним должны сидеть Г и Д, и каждое из двух оставшихся мест за столом находится либо рядом с Г, либо рядом с Д, то есть одна из двух фраз, сказанных Б, правдива.

• Вместо доказательства, что одно из утверждений **должно** быть правдой, строится пример, показывающий, что одно из утверждений **может** быть правдой: 0 баллов.

Задача 5. В детский сад ходят 100 девочек. У Маши есть 100 конфет, а у остальных девочек конфет нет. Любая девочка, имеющая хотя бы две конфеты,

может дать по одной конфете любым двум другим девочкам. Можно ли сделать так, что все конфеты окажутся у Светы? Ответ объясните.

Ответ. Нельзя. **Решение.** После каждого хода конфеты есть хотя бы у двух только что получивших их девочек. Поэтому в одних руках все конфеты не собрать.

- Ответ без обоснования: 0 баллов.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 6 КЛАССА

Задача 1. У Вани есть 300 рублей. Он спросил у шестерых, сколько стоит билет в кино. Первый ответил: «больше 100 рублей», второй: «больше 200 рублей», ..., шестой: «больше 600 рублей». Известно, что трое из них сказали правду, а трое со- в- рали. Хватит ли Ване денег на билет? Ответ объясните.

Ответ. Не хватит. **Решение.** Очевидно, если кто-то сказал неправду, то не- правду сказали и все, кто высказывался после него. Значит, правду сказали первые трое, в том числе и третий, сказавший, что билет стоит больше 300 рублей.

- Ответ без обоснования или «обоснованный» примером: 0 баллов.

Задача 2. Натуральное число умножили на произведение всех его цифр и полу- чили 3666. Найдите такое число.

Ответ. 611.

♦ Разложим число 3666 на простые множители: $3666 = 2 \cdot 3 \cdot 13 \cdot 47$. Теперь мы можем выписать все 16 его делителей. Деля 3666 на каждый из них, можно убедиться, что других чисел, удовлетворяющих условию задачи, кроме 611, нет.

• Верный ответ: 7 баллов. Наличие или отсутствие проверки ответа и обоснова- ния его единственности на оценку не влияют.

Задача 3. У Васи Пупкина кончились деньги, и он нанялся на работу. По дого- вору он работал без выходных и за каждый день работы он получал по 100 грошей. Получаемые деньги Вася начал тратить. В первый день работы он потратил 1 грош, а в каждый следующий день тратил на 1 грош больше, чем в предыдущий. К концу какого дня работы Вася снова оказался без денег? (Вася ежедневно получал 100 грошей в конце работы, а тратил деньги после работы.) (И. Рубанов)

Ответ. К концу 199-го дня. **Решение.** Пусть Вася в конце каждого дня кладет заработанные в этот день, но не потраченные деньги в тумбочку. В первый день он положит туда 99 грошей, на второй — 98, ..., на 99-ый — 1 грош, на сотый день не положит ничего. На 101-ый день Васе придется взять из тумбочки 1 грош: столько же, сколько он положил туда на 99-ый день, на 102-ой день — 2 гроша: столько же, сколько он положил туда на 98-ой день, ..., на 199-ый день — 99 грошей: столько же, сколько он положил туда в первый день. Тут-то деньги и кончились.

- Ответ без обоснования: 3 балла.

Задача 4. Когда Валя утром встает с правой ноги, он делает зарядку из 10 упражнений, а когда с левой — то из 3 упражнений. Однажды мама подсчитала, что если бы Валя каждый день делал по 7 упражнений, то общее количество сделан- ных им с начала года упражнений не изменилось бы. Какова за это время была доля дней, когда Валя вставал с левой ноги?

Ответ. 3/7. **Решение.** Пусть Валя вставал с правой ноги r раз, а с левой — l раз. Нас спрашивают, чему равно отношение l к $r+l$. По условию $10r+3l = 7(r+l)$. После раскрытия скобок и приведения подобных членов получаем $3r = 4l$, откуда $3(r+l) = 7l$ и $\frac{l}{r+l} = \frac{3}{7}$.

• Ответ без всякого обоснования: 0 баллов. Ответ с подтверждающим примером (например, 3, 3, 3, 10, 10, 10, 10) без объяснения, почему все возможные примеры дают одинаковый результат: 1 балл. По условию задачи верно составлено уравнение, дальнейшего содержательного продвижения нет: 1 балл. Верно понято, что надо найти отношение l к $r+l$, дальнейшего содержательного продвижения нет: 1 балл. Оба указанных выше продвижения без дальнейшего: 2 балла. Ход рассуждений верен, но ответ получился неверным из-за ошибок в преобразованиях: 4 балла.

Задача 5. Можно ли без остатка разрезать куб на 38 кубиков (не обязательно одинаковых)?

Ответ. Можно. **Решение.** Разрежем куб со стороной 4 на 64 одинаковых кубика со стороной 1. Затем возьмем 27 из получившихся кубиков, образующих куб со стороной 3, и склеим их в один кубик со стороной 3. В итоге исходный куб окажется разрезанным на $64-27+1 = 38$ кубиков, что и требуется.

• Ответ без обоснования: 0 баллов.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 7 КЛАССА

Задача 1. У Вани есть 500 рублей. Он спросил у десятиерых, сколько стоит билет в кино. Первый ответил: «больше 100 рублей», второй: «больше 200 рублей», ..., десятый: «больше 1000 рублей». Известно, что пятеро из них сказали правду, а пятеро соврали. Хватит ли Ване денег на билет?

Ответ. Не хватит. **Решение.** Очевидно, если кто-то сказал неправду, то неправду сказали и все, кто высказывался после него. Значит, соврали последние пятеро, а первые пятеро сказали правду, в том числе и пятый, сказавший, что билет стоит больше 500 рублей.

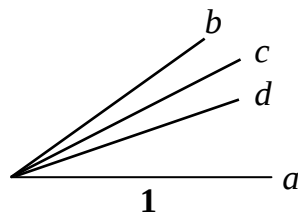
• Ответ без обоснования: 0 баллов.

Задача 2. 5 молодильных яблок, 5 волшебных груш и 4 золотых апельсина стоят 140000 рублей, а 7 молодильных яблок, 1 волшебная груша и 5 золотых апельсинов — 205000 рублей. Сколько стоят 8 молодильных яблок, 4 волшебные груши и 6 золотых апельсинов?

Ответ. 230000 рублей. **Решение.** Складывая равенства $5я+5г+4а = 140000$ и $7я+г+5а = 205000$, получаем $12я+6г+9а = 345000$. Умножив полученное равенство на $2/3$, получаем, что $8я+4г+6а = 230000$.

• Ответ без обоснования или найденный подбором: 1 балл. За верное составление уравнений без дальнейшего разумного продвижения: 1 балл. За арифметические и алгебраические ошибки при верном ходе решения снимается 1–3 балла, в зависимости от степени тяжести.

Задача 3. Из одной точки на плоскости проведены четыре луча. Среди образованных ими углов есть три таких, которые равны 10° , 20° и 40° соответственно. Чему может быть равен



наибольший из острых углов, образованных этими лучами? Постарайтесь найти все варианты. Ответы поясните чертежами.

Ответ. 40° , 50° , 60° , 70° . Чертежи — справа.

• Найден только один ответ: 2 балла. Найдены два ответа: 3 балла. Найдены три ответа: 4 балла. Найдены все ответы: 7 баллов. За отсутствие поясняющих чертежей оценка снижается на 2 балла. За отсутствие объяснения, почему ответов ровно четыре, оценка не снижается.

♦ Покажем всё же, почему ответов только четыре. Заодно станет понятно, почему не надо требовать такого обоснования от участников.

Пусть угол в 40° образуют лучи a и b — назовём их *опорными*. Если два оставшихся луча c и d находятся внутри этого угла, то наибольший угол между лучами равен 40° (черт. 1).

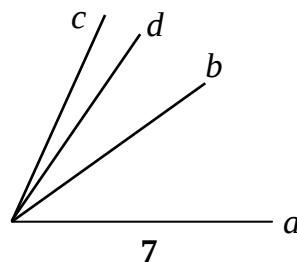
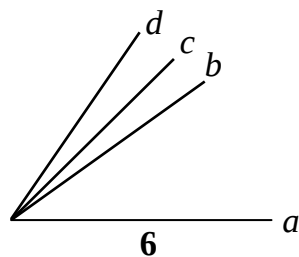
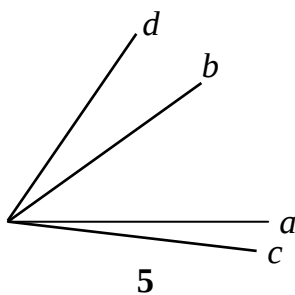
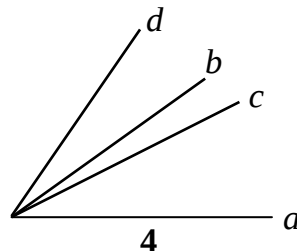
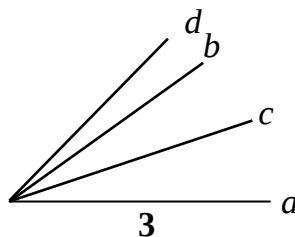
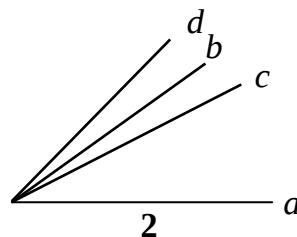
Допустим, луч c находится внутри угла между опорными лучами, а луч d — снаружи. Тут возможны три случая. 1) Угол в 20° образован лучами c и d . Тогда один из опорных лучей — пусть b — находится внутри этого угла и, очевидно, должен быть одной из сторон угла в 10° . Тогда он — биссектриса этого угла, и наибольшим из углов между четырьмя лучами будет угол между d и a , равный 50° (черт. 2). 2) Угол в 20° образован лучом c и опор-

ным лучом. Тогда угол в 10° образован лучом d и одним из опорных, и наибольшим снова будет угол в 50° (черт. 3). 3) Угол в 20° образован лучом d и одним из опорных. Тогда наибольшим будет угол в 60° между d и вторым опорным лучом (черт. 4).

Пусть, наконец, оба луча c и d находятся вне угла между опорными лучами. Тогда тоже возможны три случая. 1) Угол между опорными лучами находится внутри угла со сторонами c и d . Тогда один из лучей c и d образует с ближайшим опорным лучом угол в 10° , другой — угол в 20° , и наибольший угол между лучами равен 70° (черт. 5). 2) Лучи c и d образуют с одним из опорных лучей углы в 10° и 20° соответственно. Тогда наибольший угол между лучами равен 60° (черт. 6). 3) Один из лучей c и d образует с одним из опорных лучей угол в 30° , а другой делит этот угол на углы в 10° и 20° . В этом случае дает наибольший угол равен 70° (черт. 7).

Задача 4. На презентации фирмы «Рога и Копыта» было 30 депутатов и бизнесменов. Известно, что депутаты всегда говорят правду, а бизнесмены могут говорить все, что угодно. Их всех рассадили за 6 круглых пятиместных столов. Во время неофициальной части каждый из них сделал заявление: «Среди двух моих соседей есть хотя бы один бизнесмен». Какое наибольшее число депутатов могло быть на презентации?

Ответ. 18. **Решение.** Из условия следует, что три депута-



та не могут сидеть подряд. Поэтому за каждым из пятиместных столов должно быть хотя бы два бизнесмена. Значит, всего депутатов не больше, чем $3 \cdot 6 = 18$. Усадив за каждый стол трех депутатов и двух бизнесменов по схеме ДДБДБ, получим пример, когда депутатов ровно 18.

- Только ответ 18: 1 балл. Ответ с верным примером рассадки без доказательства, что депутатов не больше 18: 3 балла. Ответ без примера рассадки, но с доказательством, что депутатов не больше 18: 4 балла.

Задача 5. *Натуральное число умножили на сумму его цифр. Могло ли в результате получиться число 99...99 (2019 девяток)?*

Ответ. Не могло. **Решение.** Обозначим исходное натуральное число через n . Заметим, что число $99...99 = 9 \cdot 11...11$ (2019 единиц) делится на 27, так как сумма цифр числа $11...11$, равная 2019, делится на 3, а, значит, по признаку делимости делится на 3 и само это число. Поэтому либо само число n , либо сумма его цифр делится на 9. Но тогда по признаку делимости делятся на 9 и число n , и сумма его цифр. Поэтому их произведение должно делиться на 81. Но тогда число $11...11$ (2019 единиц), а, значит, и сумма его цифр должны делиться на 9. Однако число 2019 на 9 не делится. Противоречие.

- Ответ без обоснования: 0 баллов.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 8 КЛАССА

Задача 1. *Найдите хотя бы одно такое натуральное число, что если его умножить на сумму его цифр, то получится 7272.*

Ответ. Есть два таких числа: 606 и 1212.

- Для полного балла достаточно указать любое из двух подходящих чисел. Указание второго числа оценки не меняет. Объяснение того, как был получен ответ, не обязательно.

♦ Разложим число 7272 на простые множители: $7272 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 101$. Число 101 больше суммы цифр любого числа, меньшего 10000, поэтому оно должно быть делителем исходного числа. Перебирая произведения числа 101 на различные делители числа $2^3 \cdot 3^2$, находим оба ответа. Перебор можно сократить, если заметить, что по признаку делимости на 3 одна тройка должна входить в разложение самого числа, а другая — в разложение суммы. Можно, конечно, и не использовать все эти хитрости, а просто перебирать делители числа 7272.

Задача 2. *У Васи Пупкина кончились деньги, и он нанялся на работу. По договору он работал без выходных и за каждый день работы он получал по 100 грошей. Получаемые деньги Вася начал тратить. В первый день работы он потратил 1 грош, а в каждый следующий день тратил на 1 грош больше, чем в предыдущий. К концу какого дня работы Вася снова оказался без денег? (Вася ежедневно получал 100 грошей в конце работы, а тратил деньги после работы.) (И. Рубанов)*

Решение. См. решение задачи 3 для 6 класса.

- Ответ без обоснования: 3 балла.

Задача 3. *На презентации фирмы «Рога и Копыта» было 30 депутатов и бизнесменов. Известно, что депутаты всегда говорят правду, а бизнесмены могут говорить все, что угодно. Их всех усадили за один круглый стол. Во время неофициаль-*

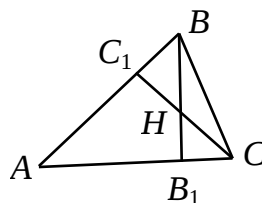
ной части каждый из них сделал заявление: «Среди двух моих соседей есть хотя бы один бизнесмен». Какое наибольшее число депутатов могло быть на презентации?

Ответ. 20. Решение. Из условия следует, что три депутата не могут сидеть подряд. Поэтому если разбить всех сидящих за столом на 10 троек, в каждой из которых люди идут подряд, то в каждой тройке будет хотя бы один бизнесмен. Значит, всего бизнесменов не меньше 10, то есть депутатов не больше 20. Пример, когда депутатов ровно 20, дает тройка ДДБ, повторенная 10 раз.

• Только ответ 20: 1 балл. Ответ с верным примером рассадки без доказательства, что депутатов не больше 20: 3 балла. Ответ без примера рассадки, но с доказательством, что депутатов не больше 20: 4 балла.

Задача 4. В остроугольном треугольнике ABC угол при вершине A равен 45° . Докажите, что периметр этого треугольника меньше удвоенной суммы его высот, опущенных из вершин B и C .

Решение. Пусть высоты BB_1 и CC_1 пересекаются в точке H . Заметим, что треугольники AB_1B , AC_1C , HB_1C и HC_1B — прямоугольные равнобедренные с прямыми углами в вершинах B_1 и C_1 соответственно. Поэтому $AB_1 = BB_1$, $AC_1 = CC_1$, $B_1C = HB_1$, $C_1B = HC_1$. Кроме того, по неравенству треугольника $BH + CH > BC$. Значит,



$AB + AC + BC = AC_1 + C_1B + AB_1 + B_1C + BC < CC_1 + HC_1 + BB_1 + HB_1 + BH + CH = 2(CC_1 + BB_1)$, что и требовалось доказать.

• «Решение» на частном примере, измерениями на чертеже и т.п.: 0 баллов. Замечены все четыре участвующих в решении равнобедренных прямоугольных треугольника, дальнейшего содержательного продвижения нет: 1 балл.

Задача 5. На столе лежит 101 кучка по 101 спичке. За один ход берется одна спичка из любой кучки. Двое игроков ходят по очереди. Если не позднее 10000-го хода будет взята последняя спичка из какой-то кучки, взявший её выигрывает, иначе — ничья. Может ли кто-то из игроков выиграть независимо от игры соперника, и если да, то кто?

Ответ. Не может. **Решение.** Заметим, что если не позднее 9999-го хода взять спичку из кучки, где осталось ровно две спички, то соперник выиграет, забрав оттуда последнюю спичку. Поэтому при наилучшей игре обоих игроков каждый будет, пока это возможно, брать спичку из кучки, где больше двух спичек, а проигрышная позиция для того, чья очередь ходить, может возникнуть только тогда, когда во всех кучках останется по две спички. Однако, это может случиться только после того, как из каждой кучки будет взято по 99 спичек, то есть после $99 \cdot 101 = 9999$ ходов. Но следующим ходом будет 10000-ый, и после него в каждой кучке будет еще хотя бы одна спичка. Значит, игра закончится вничью.

• Ответ без обоснования: 0 баллов.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 9 КЛАССА

Задача 1. Существуют ли такие два числа, что первое меньше второго, квадрат первого больше квадрата второго, а куб первого меньше куба второго?

Ответ. Да, существуют. **Решение.** Например, числа -2 и 1 . Вообще, подойдет любая пара из отрицательного и неотрицательного чисел, где отрицательное число по абсолютной величине больше неотрицательного.

• Для полного балла достаточно верного примера. Ответ «да» без примера или верного объяснения, почему он существует: 0 баллов.

Задача 2. Разность квадратов корней квадратного трёхчлена $x^2 + 3x + q$ равна 3 . Найдите q .

Ответ. $q = 2$. **Решение.** Пусть корни трёхчлена равны a и b , и $a^2 - b^2 = 3$. По теореме Виета $a + b = -3$, откуда $3 = a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = -3(a - b)$, то есть $a - b = -1$. Теперь находим, что $2a = (a + b) + (a - b) = -4$, откуда $a = -2$ и $b = -1$. Применяя еще раз теорему Виета, получаем, что $q = ab = 2$.

• Верный ответ без обоснования: 0 баллов. Верный ответ с проверкой без дальнейшего обоснования (например, найденный подбором): 2 балла.

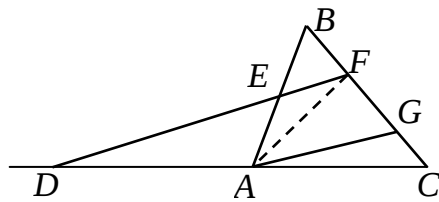
Задача 3. На презентации фирмы «Рога и Копыта» было 30 депутатов и бизнесменов. Известно, что депутаты всегда говорят правду, а бизнесмены могут говорить все, что угодно. Их всех усадили за один круглый стол. Во время неофициальной части каждый из них сделал заявление: «Среди двух моих соседей есть хотя бы один бизнесмен». Какое наибольшее число депутатов могло быть на презентации?

Решение. См. решение задачи 3 для 8 класса.

• Только ответ 20 : 1 балл. Ответ с верным примером рассадки без доказательства, что депутатов не больше 20 : 3 балла. Ответ без примера рассадки, но с доказательством, что депутатов не больше 20 : 4 балла.

Задача 4. Точка A выбрана на отрезке DC так, что $AD = 2AC$. Точка E — середина стороны AB треугольника ABC . Прямая DE пересекается с отрезком BC в точке F . Прямая, проходящая через точку A параллельно DE , пересекает отрезок BC в точке G . Докажите, что площади треугольников BEF и ACG равны.

Решение. Так как $AE = EB$ и $EF \parallel AG$, EF — средняя линия треугольника ABG . Поэтому $S(AEFG) = 3S(BEF)$ (1). Далее, у треугольников BEF и AEF общая высота из вершины F и равные основания. Поэтому $S(AEF) = S(BEF)$ (2). Вычитая (2) из (1), получаем, что $S(AGF) = 2S(BEF)$ (3). Далее, по теореме Фалеса из $AD = 2AC$ следует, что $FG = 2CG$, откуда $S(AGC) = S(AGF)/2 = S(BEF)$, что и требовалось доказать.



• Решения нет, но получены некоторые из равенств (1)–(3): по 1 баллу за каждое равенство.

Задача 5. На столе лежит 1001 кучка по 1001 спичке. За один ход берется одна спичка из любой кучки. Двое игроков ходят по очереди. Если не позднее 1000000 -го хода будет взята последняя спичка из какой-то кучки, взявший её выигрывает, иначе — ничья. Может ли кто-то из игроков выиграть независимо от игры соперника, и если да, то кто?

Ответ. Не может. **Решение.** Заметим, что если не позднее 999999 -го хода взять спичку из кучки, где осталось ровно две спички, то соперник выиграет, забрав оттуда последнюю спичку. Поэтому при наилучшей игре обоих игроков каждый бу-

дет, пока это возможно, брать спичку из кучки, где больше двух спичек, а проигрышная позиция для того, чья очередь ходить, может возникнуть только тогда, когда во всех кучках останется по две спички. Однако, это может случиться только после того, как из каждой кучки будет взято по 999 спичек, то есть после $999 \cdot 1001 = 999999$ ходов. Но следующим ходом будет 1000000-ый, и после него в каждой кучке будет еще хотя бы одна спичка. Значит, игра закончится вничью.

- Ответ без обоснования: 0 баллов.

Задача 6. Учитель написал на доске 7 отрицательных целых чисел. Вася переписал в тетрадь эти числа, затем записал туда же всевозможные их попарные произведения, всевозможные произведения трёх, четырёх, пяти, шести из этих чисел и, наконец, произведение всех семи чисел. Докажите, что сумма всех записанных Васей чисел отрицательна.

Решение. Пусть на доске написаны числа $a_1, a_2, \dots, a_7$. Положим $A = (1+a_1)(1+a_2)\dots(1+a_7)$. По условию все семь сомножителей в правой части неположительны. Поэтому $A \leq 0$. Заметим теперь, что, раскрыв все скобки в правой части, мы получим как раз сумму всех записанных Васей чисел, увеличенную на 1. Следовательно, сумма всех записанных Васей чисел не превосходит -1 .

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 10 КЛАССА

Задача 1. У Вани есть 500 рублей. Он спросил у десятиртых, сколько стоит билет в кино. Первый ответил: «больше 100 рублей», второй: «больше 200 рублей», ..., десятый: «больше 1000 рублей». Известно, что четверо из них сказали правду, а шестеро соврали. Хватит ли Ване денег на билет?

Ответ. Хватит. **Решение.** Очевидно, если кто-то сказал неправду, то неправду сказали и все, кто высказывался после него. Значит, соврали последние шестеро, в том числе и тот, кто сказал, что билет стоит больше 500 рублей.

- Ответ без обоснования: 0 баллов.

Задача 2. Может ли трёхзначное число равняться сумме трёх двузначных чисел, которые получаются из него вычёркиванием первой, второй и третьей цифр соответственно?

Ответ. Не может. **Решение.** Пусть a, b и c — цифры сотен, десятков и единиц искомого трехзначного числа. По условию $100a+10b+c = (10a+b)+(10a+c)+(10b+c) \Leftrightarrow 80a = b+c$. Но $80a \geq 80$, а $b+c \leq 18$. Противоречие.

- Ответ без обоснования: 0 баллов.

Задача 3. Докажите, что если в параллелограмме $ABCD$ угол ABD больше угла BAC , то угол BDA больше угла CAD .

Решение. Пусть диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O . Тогда из треугольников AOB и AOD имеем $\angle ABD > \angle BAC \Leftrightarrow OA > OB \Leftrightarrow OA > OD \Leftrightarrow \angle BDA > \angle CAD$, что и требовалось доказать.

Задача 4. У каждого из квадратных трехчленов x^2+px+q и x^2+rx+s есть два корня, причем один из корней второго трехчлена лежит между корнями первого. Докажите, что трехчлен $2x^2+(p+r)x+q+s$ имеет два корня.

Решение. Так как ветви параболы $y = 2x^2 + (p+r)x + q + s$ направлены вверх, достаточно показать, что при некотором значении x значение трехчлена $2x^2 + (p+r)x + q + s$ отрицательно. Для этого рассмотрим корень a трехчлена $x^2 + rx + s$, лежащий между корнями трехчлена $x^2 + px + q$. Имеем $2a^2 + (p+r)a + q + s = (a^2 + pa + q) + (a^2 + ra + s) = a^2 + pa + q < 0$, так как между корнями трехчлена $x^2 + px + q$ его значения отрицательны.

- Работа с дискриминантами, не приведшая к разумному результату: 0 баллов.

Задача 5. На столе лежат n кучек по n спичек ($n \geq 2$). За один ход берется одна спичка из любой кучки. Двое игроков ходят по очереди. Если не позднее $(n-1)^2$ -го хода будет взята последняя спичка из какой-то кучки, взявший её выигрывает, иначе — ничья. Может ли кто-то из игроков выиграть независимо от игры соперника, и если да, то кто?

Ответ. Не может. **Решение.** Заметим, что если не позднее $((n-1)^2 - 1)$ -го хода взять спичку из кучки, где осталось ровно две спички, то соперник выиграет, забрав оттуда последнюю спичку. Поэтому при наилучшей игре обоих игроков каждый будет, пока это возможно, брать спичку из кучки, где больше двух спичек, а проигрывшая позиция для того, чья очередь ходить, может возникнуть только тогда, когда во всех кучках останется по две спички. Однако, это может случиться только после того, как из каждой кучки будет взято по $n-2$ спички, то есть после $n(n-2) = (n-1)^2 - 1$ ходов. Но следующим ходом будет $(n-1)^2$ -ый, и после него в каждой кучке будет еще хотя бы одна спичка. Значит, игра закончится вничью.

- Ответ без обоснования: 0 баллов.

Задача 6. Учитель написал на доске 10 отрицательных целых чисел. Вася переписал в тетрадь эти числа, затем записал туда же всевозможные их попарные произведения, всевозможные произведения трёх, четырёх, ..., девяти из этих чисел и, наконец, произведение всех десяти чисел. Оказалось, что сумма всех записанных Васей чисел отрицательна. Чему она равна?

Ответ. -1 . **Решение.** Пусть на доске написаны числа $a_1, a_2, \dots, a_{10}$. Положим $A = (1+a_1)(1+a_2)\dots(1+a_{10})$. По условию все 10 сомножителей в правой части неположительны. Поэтому $A \geq 0$. Заметим теперь, что, раскрыв все скобки в правой части, мы получим как раз сумму всех записанных Васей чисел, увеличенную на 1. Следовательно, сумма всех записанных Васей чисел не меньше, чем -1 , а так как она по условию отрицательна, то она равна -1 .

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 11 КЛАССА

Задача 1. Существуют ли такие два угла α и β , что $\sin \alpha > \sin \beta$ и $\cos \alpha > \cos \beta$?

Ответ. Существуют. **Решение.** Годятся, например, $\alpha = \pi/3$, $\beta = 3\pi/4$.

♦ Легко убедиться, что нужных примеров бесконечно много.

• Для полного балла достаточно одного верного примера с проверкой. За верный пример без проверки 5 баллов.

Задача 2. Произведение всех цифр трёхзначного числа равно 256. Докажите, что это число делится на 4.

Решение. Так как $256 = 2^8$, в записи нашего числа могут быть только цифры 1, 2, 4, 8. Если бы в этой записи была единица или двойка, произведение цифр было бы

не больше, чем $2 \cdot 8 \cdot 8 = 128$. Значит, наше число записывается только четверками и восьмерками, и потому делится на 4.

- Рассмотрение конкретного числа вместо общего рассуждения: 0 баллов.

- ♦ Так как в искомом числе должно быть минимум две восьмерки (иначе произведение его цифр не больше $4 \cdot 4 \cdot 8 = 128$), есть всего три таких трехзначных числа: 488, 848 и 884.

Задача 3. Числа $a_1, a_2, \dots, a_{13}$ образуют арифметическую прогрессию. Известно, что число $a_1 + 2a_2 + \dots + 13a_{13}$ рационально. Докажите, что среди чисел $a_1, a_2, \dots, a_{13}$ есть рациональное.

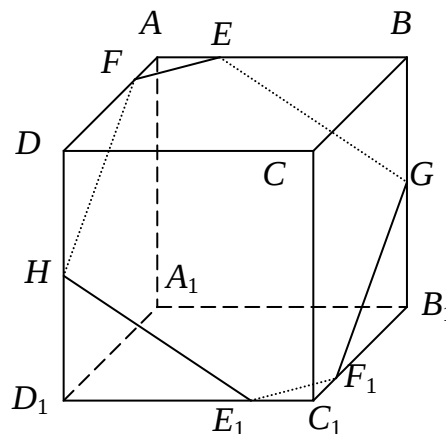
Решение. Пусть $a_i = a_1 + (i-1)d$ ($i = 1, \dots, 13$). Тогда прямое вычисление показывает, что $a_1 + 2a_2 + \dots + 13a_{13} = 91(a_1 + 8d) = 91a_9$, откуда и вытекает утверждение задачи.

- Сумма $a_1 + 2a_2 + \dots + 13a_{13}$ найдена неверно: 0 баллов. Сумма $a_1 + 2a_2 + \dots + 13a_{13}$ найдена, дальнейшего продвижения нет: 2 балла.

Задача 4. Докажите, что куб можно пересечь плоскостью так, чтобы в сечении получился шестиугольник, у которого есть две равные короткие стороны и четыре равные длинные, причём длинные стороны вдвое длиннее коротких?

Решение. Пусть точки G и H — середины ребер BB_1 и DD_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

Лемма. Можно выбрать точки E и F на ребрах AB и AD соответственно так, чтобы выполнялись равенства $AE = AF$ и $EG = FH = 2EF$ (*). **Доказательство.** Будем считать, что ребро куба равно 1. Положим $AE = AF = x$. Тогда из равнобедренного прямоугольного треугольника EAF имеем $4EF^2 = 8x^2$, а из прямоугольных треугольников EBG и FDH с катетами $1-x$ и $1/2$ имеем $EG^2 = FH^2 = (1-x)^2 + 1/4$. Равенство (*) равносильно равенству $8x^2 = (1-x)^2 + 1/4 \Leftrightarrow 7x^2 + 2x - 1,25 = 0$. Нетрудно проверить, что получившееся уравнение имеет корень на интервале $(0; 1)$, откуда и следует утверждение леммы.



Возьмем точки E и F , удовлетворяющие условию леммы. Из подобия треугольников EAF и DAB следует, что $EF \parallel BD$. Средняя линия GH прямоугольника DBB_1D_1 также параллельна BD . Значит, $EF \parallel GH$, и потому точки E, F, G и H лежат в одной плоскости. Так как эта плоскость проходит через центр куба, сечение ею куба симметрично относительно его центра. Следовательно это сечение — шестиугольник $EFHE_1F_1G$, являющийся объединением равнобедренной трапеции $EFHG$ и трапеции, симметричной ей относительно центра куба. При этом симметричные стороны EF и E_1F_1 этого шестиугольника вдвое короче четырех остальных его сторон в силу равенства (*), что и завершает доказательство.

- Правдоподобный чертёж без обоснования: 1 балл. Построение требует, подобно нашему, обоснования того, что четыре определенные точки лежат в одной плоскости, этот факт верен, но не обоснован: снимается 2 балла. Ссылка на утверждение леммы как на известный факт: оценку не снижать, факт действительно достаточно известный. Утверждение леммы выводится из теоремы о промежуточном зна-

чении непрерывной функции: оценку не снижать, формальной проверки непрерывности (если, конечно, она действительно есть) не требовать.

Задача 5. Точки D и E (E лежит между D и C) делят сторону BC треугольника ABC на три равные части. Докажите, что $AD+AE < AB+AC$.

Решение. Лемма. Медиана треугольника меньше полусуммы сторон, между которыми она заключена. Доказательство. Построим треугольник ABC до параллелограмма $ABCK$. Тогда диагональ BK будет равна удвоенной медиане BO треугольника ABC . По неравенству треугольника $2BO = BK < AB+AK = AB+BC \Rightarrow BO < (AB+BC)/2$, что и требовалось доказать.

Так как AD — медиана треугольника BAE , имеем $AD < (AB+AE)/2$. Аналогично из треугольника DAC имеем $AE < (AD+AC)/2$. Складывая два полученных неравенства, получаем $AD+AE < (AB+AC+AD+AE)/2$, откуда после приведения подобных членов и удвоения обеих частей получаем искомое неравенство $AD+AE < AB+AC$.

Задача 6. На 52 карточках написаны числа от 1 до 52. Считается, что 1 старше 52, а в остальных парах старше карточка с большим номером. Карточки лежат на столе в случайном порядке лицом вниз. За один вопрос Петя может узнать про любую пару, какая из карточек старше. Может ли Петя гарантированно найти карточку 52 не более чем за 64 вопроса?

Решение. Разобьем карточки на 13 четверок. В каждой четверке сделаем такие сравнения: разбив четверку на пары, узнаем старшие карточки в парах (пусть $a > b$ и $c > d$), затем узнаем старшую из двух старших (пусть $a > c$). Карточка a старше двух карточек, значит, $a \neq 1$. Поэтому $b \neq 52$ и $c \neq 52$. Сравним a и d . Если $a > d$, то $d \neq 52$, поэтому число a — наибольшее в четверке. Тогда переходим к следующей четверке. Если такая ситуация повторится во всех четверках, то мы за $4 \cdot 13 = 52$ проверки отседем 39 карточек, не равных 52, причем среди 13 оставшихся не будет карточки 1. Сравнивая оставшиеся по одной и отбрасывая младшую, мы еще за 12 вопросов найдем из них карточку 52.

Допустим, однако, что в какой-то четверке при четвертом сравнении оказалось $a < d$. Тогда возник цикл из трех карточек: $a > c > d > a$. Ясно, что такое возможно только, если в цикле есть числа 1 и 52: $c = 1$, $d = 52$ либо $d = 1$, $a = 52$. Сравним b и d ($b \neq 52$). Если $b > d$, то $a = 52$, а если $b < d$, то $d = 52$. Значит, мы нашли карточку 52 не более чем за 53 вопроса.

ИСТОЧНИКИ И АВТОРЫ ЗАДАЧ

Жюри 38 Уральского турнира юных математиков: 5-5.

Московский математический праздник: 6-4 (по мотивам),

5 Уральский турнир юных математиков: 7-3 (по мотивам), 8-3 = 9-3

Командная олимпиада 15-го Кубка памяти А. Н. Колмогорова (авторы И. Рубанов, А. Шаповалов): 8-5, 9-5 (частные случаи), 10-5.

Польша, 2000/2001, 2 тур (частный случай); личная олимпиада 15-го Кубка памяти А. Н. Колмогорова: 11-3

Личная олимпиада 15-го Кубка памяти А. Н. Колмогорова (автор А. Шаповалов): 11-6.

Фольклор: 6-5, 9-1, 10-3, 10-4

Остальные задачи составлены И. Рубановым специально для этой олимпиады.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Информация о победителях и призерах областной олимпиады 2018/19 г.

ДИПЛОМ I СТЕПЕНИ: *Левкий Яговкин (КФМЛ, 8 кл.), Георгий Татаринцов, Сергей Дружков (оба — КФМЛ, 9 кл.), Дмитрий Волянский (КФМЛ, 10 кл.), Артём Савельев (КФМЛ, 10 кл. — за 11 кл.).*

ДИПЛОМ II СТЕПЕНИ: *Александр Гнусов (КФМЛ, 7 кл. — за 8 кл.), Анна Казанцева (Киров, школа 47), Егор Загоскин, Григорий Попов (оба — КФМЛ, 8 кл.), Марина Ожегова (КФМЛ, 9 кл.), Егор Курагин, Михаил Малофеев (оба — КФМЛ, 10 кл.), Андрей Гундоров (КФМЛ, 11 кл.).*

ДИПЛОМ ПРИЗЁРА: *Никита Паюсов (Киров, лицей 21, 7 кл.), Иван Гребёнкин, Михаил Зорин, Иван Малащенко, Кирилл Тихонов, Павел Усатов, Александр Ившин, Вадим Пунышев, Дмитрий Суевалов, Роман Храмцов (все — КФМЛ, 7 кл.).*

ДИПЛОМ III СТЕПЕНИ: *Денис Зорин, Глеб Хитрин, Алёна Микрюкова, Варвара Прозорова, Екатерина Рязанова (все — КФМЛ, 8 кл.), Ксения Головина (КФМЛ, 10 кл.), Мария Семёнова, Стефан Шушпанов, Александр Колпацников (все — КФМЛ, 11 кл.).*

ПОХВАЛЬНАЯ ГРАМОТА: *Евгений Луппов, Владимир Мельников (оба — КЛЕН, 7 кл.), Данила Куимов, Анастасия Бебякина (оба — КЭПЛ, 7 кл.), Анастасия Сиротина (ВПГ, 7 кл.), Роман Войтовский (КФМЛ, 7 кл.), Григорий Лянгузов, Максим Прокошев, Алексей Ткачёв, Матвей Назаров, Никита Оленев, Анна Попцова, Вячеслав Казаков, Святослав Головин (все — КФМЛ, 8 кл.), Даниил Деветьяров (Киров, Лингвистическая гимназия, 9 кл.), Илья Любимов (Киров, лицей 21, 9 кл.), Александр Наговицын (Кирово-Чепецк, лицей, 9 кл.), Екатерина Елькина (КЭПЛ, 9 кл.), Антон Милькин, Михаил Петров, Олег Чурин, Елизавета Петухова, Александр Шилоносков (все — КФМЛ, 9 кл.), Анастасия Барышева, Никита Москалёв, Ольга Полозова (все — КФМЛ, 10 кл.), Михаил Никонов, Глеб Марьин (оба — КФМЛ, 11 кл.).*

ПРИЛОЖЕНИЕ 2: ХРОНИКА (ноябрь 2018 – октябрь 2019)

2 – 8 ноября. В Ижевске прошёл LII Уральский турнир юных математиков. Участвовали 96 команд, представлявшие 22 города России. Команда «Киров-8» заняла 3 место в первой лиге старшей группы, команда «Киров-7» — 3 место в первой лиге младшей группы, команда «Киров-6» — 8 место во второй лиге В группы «Старт».

16 – 18 ноября: В Казани состоялся турнир математических игр имени А.П. Нордена. Участвовали онлайн 11 кировских команд. Команды «Киров 4» и «Киров 6-1» завоевали дипломы I степени, команды «Киров 5-1», «Киров 5-2» и «Киров 6-2» — дипломы II степени, команды «Киров 5-3», «Киров 5-5» и «Киров 6-3» — дипломы III степени.

7 – 14 декабря. В Казани состоялся XXII Кубок памяти А.Н. Колмогорова. Участвовали 43 команды, представлявшие 21 город России. Команда «Киров 10» заняла 6 место в высшей лиге старшей группы, команда «Киров 11» поделила 4-5 места во второй лиге старшей группы, команда «Киров-9» заняла 4 место в первой лиге Б младшей группы.

25 – 27 января. В Казани состоялся турнир математических игр имени П.А. Широкова. 12 команд кировчан участвовали в этом турнире онлайн. Команда «Киров 6-1» завоевала диплом I степени, команды «Киров 4-2», «Киров 5-3», «Киров 5-4» и «Киров 6-2» — дипломы III степени.

17 – 23 февраля. LIII Уральский (XXVII Кировский) турнир юных математиков. Участвовали 94 команды, представлявшие 30 городов России. Команда «Киров-8-1» заняла 1 место в первой лиге старшей группы, команда «Киров-8-2» — поделила 4-6 места во второй лиге старшей группы, команда «Киров-7-1» заняла 2 место в высшей лиге младшей группы, команда «Киров-7-2» — 6 место в первой лиге А младшей группы, команда «Киров-5-1» — 8 место в высшей лиге группы «Старт», команда «Киров-6-1» — 8 место в первой лиге группы «Старт», команды «Киров-6-2» и «Киров 5-2» — второе и четвертое места соответственно в третьей лиге C/D группы «Старт», команда «Киров-6-3» — 8 место в третьей лиге A/B группы «Старт».

10 февраля (для 6-8 кл.) и 3 марта (для 9-11 кл.). Санкт-Петербургская городская математическая олимпиада. 10 февраля эта олимпиада для кировчан проводилась под руководством члена её жюри Сергея Берлова непосредственно в Кирове, ученики 9-11 классов 4 марта соревновались в Санкт-Петербурге. 28 кировчан награждены дипломами и похвальными отзывами: *Артём Савельев* — дипломом I степени по 11 кл., *Егор Загоскин*, *Алёна Микрюкова*, *Левкий Яговкин*, *Дмитрий Волянский* — дипломами II степени, *Михаил Муравьёв* (КФМЛ, 6 кл.), *Александр Гнусов*, *Денис Зорин*, *Данил Панкратов*, *Варвара Прозорова*, *Максим Прокошев*, *Глеб Хитрин*, *Егор Курагин*, *Михаил Малофеев*, *Александр Колпащиков* — дипломами III степени, *Алина Грель*, *Иван Деветьяров*, *Илья Таланкин*, *Михаил Шихалеев* (все — КФМЛ, 6 кл.), *Андрей Гундоров* — похвальными отзывами I степени, *Мария Бякова*, *Егор Нелюбин*, *Максим Хараев*, *Ярослав Шубин* (все — КФМЛ, 6 кл.), *Кирилл Тихонов*, *Стефан Шушпанов* — похвальными отзывами II степени, *Анна Казанцева*, *Матвей Назаров* — похвальными отзывами.

21 марта. 27440 учащихся из Кировской области участвуют в международном математическом конкурсе-игре «Кенгуру-2018».

25 – 28 марта состоялся заключительный этап XI олимпиады имени Леонарда Эйлера, проведённой для восьмиклассников России АНОО «Вятский центр дополнительного образования» и Московским Центром непрерывного математического образования. В нём приняли участие 293 учащихся 5-8 классов. Участники были распределены по территориальному признаку по четырём финалам в Барнауле, Кирове, Москве и Санкт-Петербурге. В кировском финале участвовали 69 школьников, в том числе 11 кировчан. *Левкий Яговкин* завоевал диплом II степени, *Егор Загоскин* и *Глеб Хитрин* — дипломы III степени, *Александр Гнусов* и *Денис Зорин* награждены похвальными грамотами.

31 марта состоялась игра «Математическая абака», которая синхронно проводилась в Кирове и в Кирово-Чепецке. В игре приняло участие 56 команд 4 класса и 72 команды 5 классов из Кирова и области.

12 – 14 апреля. Турнир математических игр имени Н.Г. Чеботарева в Казани. 11 команд кировчан участвовали в этом турнире онлайн. Команды «Киров 5-1» и «Киров 6-1» завоевали дипломы I степени, команды «Киров 4-1», «Киров 4-2», «Киров 5-3», «Киров 5-4», «Киров 5-5», «Киров 6-2» — III степени соответственно.

14 апреля. XV всероссийская олимпиада по геометрии им. И.Ф. Шарыгина (XVII устная олимпиада по геометрии, г. Москва). Участвовало 19 кировчан. *Сергей Дружков*, *Дмитрий Волянский*, *Егор Курагин* завоевали дипломы III степени, *Алиса Леушина*, *Алёна Микрюкова*, *Григорий Попов*, *Варвара Прозорова*, *Максим Прокошев*, *Глеб Хитрин*, *Дмитрий Суевалов*, *Георгий Татаринов*, *Марина Ожегова*, *Александр Колпащиков*, *Мария Семёнова* награждены похвальными грамотами.

21 – 27 апреля. Заключительный этап Всероссийской математической олимпиады школьников в Перми. Участвовали кировчане *Сергей Дружков*, *Георгий Татаринов*, *Дмитрий Волянский* (диплом призёра по 10 кл.), *Артём Савельев*, *Андрей Гундоров* (оба — дипломы призёра по 11 кл.), *Мария Семёнова*, *Александр Колпащиков*.

3 – 28 июля. XXXV Летняя многопредметная школа Кировской области. 438 учащихся (в том числе 251 математик), среди которых 337 иногородних из 36 регионов России и из Казахстана.

29–31 июля. *Артём Савельев* участвует в финальном туре XV олимпиады по геометрии им. И.Ф. Шарыгина и награжден дипломом III степени.

1 – 11 августа. *Стефан Шушпанов*, *Дмитрий Волянский*, *Артём Савельев*, *Левкий Яговкин* участвуют в XXXI Международной конференции Турнира городов (г. Аранджеловац, Сербия). По итогам конференции первые трое награждены дипломами.

29 сентября состоялась игра «Математическое домино», в которой приняли участие 468 пятиклассников и 457 шестиклассников из Кирова и области.

По итогам **XL Турнира городов**, проходившего в 2018/19 учебном году, 24 школьника из Кировской области награждены дипломами победителей.