



XLVIII РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

КИРОВСКАЯ ОБЛАСТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

II (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП

МАТЕМАТИКА

**ЗАДАЧИ, РЕШЕНИЯ,
МЕТОДИЧЕСКИЕ
РЕКОМЕНДАЦИИ**

**Киров
2021**

*Оргкомитету и жюри муниципального этапа
математической олимпиады школьников*

Уважаемые коллеги!

В начале олимпиады напомните участникам, что нужно не только приводить ответы, но и *обосновывать* их (в этом, по существу, и состоит решение задачи, а ответ — лишь его результат).

Продолжительность олимпиады составляет для 5-6 кл. — 2,5 часа, для 7 кл. — 3 часа, для 8 кл. — 3,5 часа, для 9-11 кл. — 3 часа 55 минут, не считая времени, потраченного на заполнение титульных листов работ и разъяснение условий задач.

После олимпиады (лучше всего — в тот же день) просим провести *разбор задач* для ее участников.

Отзывы об этой брошюре и олимпиадных заданиях направляйте по адресу: 610005, г. Киров, 5, а/я 1026, ЦДООШ.

Автор благодарен Е.М. Ковязиной, М.А. Корчёмкиной, О.В. Рубановой, И.А. Семёновой, О.В. Старостиной, А.В. Черанёвой за полезные обсуждения и критику.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕРКЕ И ОЦЕНКЕ ОЛИМПИАДНЫХ РАБОТ

1. Решение каждой задачи, независимо от её трудности, оценивается из 7 баллов. Жюри не имеет права изменять цену задачи. Каждая оценка должна быть целым числом, не меньшим 0 и не большим 7, дробные оценки не допускаются.

2. При оценке рассуждений в олимпиадных работах, как правило, сначала дается ответ на принципиальный вопрос: являются ли решением задачи (хотя, может быть, и с различными недостатками) или не являются (хотя, может быть, и содержат существенное продвижение в направлении решения). В первом случае оценка должна быть не ниже 4, во втором — не выше 3.

3. По проверке и оценке решений большинства задач мы даём *конкретные указания*. Они помещаются после наших решений и отмечены значком •. В случаях, не предусмотренных конкретными указаниями, оценка определяется по следующим общим правилам:

Оценка	З а ч т о с т а в и т с я
7	Верное решение
6	Верное решение с небольшими недочётами
5	Решение в целом верно, но имеет заметные недочёты
4	Решение в основных чертах верно и выполнено более чем наполовину, но существенно неполно
3	Решение в целом отсутствует, но рассуждения содержат существенное продвижение в верном направлении
1-2	Решение в целом отсутствует, но содержит более или менее заметное продвижение в верном направлении
0	Решение полностью неверно или отсутствует

Решение, выполненное более чем наполовину, считается *существенно неполным*, если:

- ✓ содержит основные нужные идеи, но не доведено до конца;
- ✓ при верной общей схеме рассуждений содержит *пробелы*, то есть явно или скрыто опирается на важные недоказанные утверждения, которые нельзя считать известными или очевидными;
- ✓ состоит в разборе нескольких возможных случаев, и хотя бы один *существенный* случай упущен или разобран неверно;
- ✓ состоит из двух частей (например, доказательства необходимости и достаточности либо доказательства оценки и построения примера), из которых верно выполнена только одна, причём более сложная.

При расхождении между общими и конкретными указаниями применяются конкретные.

4. При оценке решений на олимпиаде учитываются *только их правильность, полнота и обоснованность*. Нельзя снижать оценку за «нерациональность» решения (кроме отдельных редких случаев, когда это прямо предусмотрено конкретными указаниями по проверке данной задачи). ***Ни при каких обстоятельствах нельзя снижать оценку за нетиповое оформление решения, исправления, пометки и т.п.***

5. Оценивая олимпиадные работы, следует отличать принципиальные (прежде всего — логические) ошибки от технических, каковыми являются, например, вычислительные ошибки в *не вычислительной* задаче (алгебраические ошибки в *вычислительной* задаче часто являются принципиальными). Технические ошибки, не искажающие логику решения, следует приравнивать к недочетам.

6. Мы постоянно ориентируем школьников на необходимость обоснования решений. Но при этом не следует требовать большего уровня строгости, чем принято в обычной школьной практике. Умение хорошо *догадываться* на олимпиаде должно цениться выше, чем умение хорошо изложить решение.

7. Ответ, найденный логическим путем, как правило, оценивается выше, чем найденный слепым подбором.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 5 КЛАССА

Задача 1. Сейчас Коле 15 лет, и он втрое старше сестры Оли. Сколько лет будет Коле, когда он будет вдвое старше Оли? Объясните, как был найден ответ.

Ответ. 20 лет. **Решение.** Сейчас Оле $15 : 3 = 5$ лет, и Коля старше её на 10 лет. Значит, он будет вдвое старше сестры, когда ему будет $2 \cdot 10 = 20$ лет.

• За верный ответ без объяснения или найденный подбором – 5 баллов, из оставшихся 2 баллов оценивается объяснение.

Задача 2. На столе лежат три одинаковых куска сыра. Разрешается взять любой из них, разрезать на несколько (два или более) равных по весу кусков и положить их на стол. Далее снова можно взять любой из лежащих на столе кусков, разрезать его на несколько равных кусков, положить их на стол и т. д. Как таким путём нарезать сыр на 10 кусков, чтобы его можно было поровну разделить на пятерых?

Решение. Сначала разрежем каждый кусок пополам, а потом одну из получившихся шести половинок разрежем на пять равных по весу кусков. Получится 10 кусков — пять половинок и пять маленьких, — и мы сможем каждому из пятерых выдать по одной половинке и одному маленькому куску.

• Есть верное разрезание – 7 баллов, нет верного разрезания – как правило, 0 баллов.

Задача 3. Квадрат периметра 20 см разрезали на два прямоугольника. Один из получившихся прямоугольников тоже разрезали на два прямоугольника. Могла ли сумма периметров трёх получившихся прямоугольников оказаться равной: а) 38 см? б) 40 см? в) 42 см?

Ответ. а) Могла. б) Могла. в) Не могла. **Решение.** Заметим прежде всего, что если периметр квадрата равен 20 см, то его сторона равна $20 : 4 = 5$ см. а, б) Отрежем от квадрата прямоугольную полоску шириной 1 см. Получим два прямоугольника размерами 1×5 и 4×5 с суммарным периметром 30 см. Теперь если прямоугольник 4×5 разрезать на два вдоль стороны длины 4, суммарный периметр получившихся прямоугольников увеличится на $2 \cdot 4 = 8$ см и станет равным 38 см, а если вдоль стороны длины 5 — суммарный периметр получившихся прямоугольников увеличится на $2 \cdot 5 = 10$ см и станет равным 40 см. в) Каждый проведенный разрез увеличивает суммарный периметр получившихся прямоугольников на удвоенную свою длину. Так как разрезы не могут быть длиннее стороны исходного квадрата, то после проведения двух разрезов этот суммарный периметр будет не больше, чем $20 + 2 \cdot 2 \cdot 5 = 40$ см.

• а) За любой верный пример – 2 балла. б) За любой верный пример – 2 балла. в) Объяснение оценивается из 3 баллов. Ответ «не могла» без объяснения – 0 баллов.

Задача 4. Про четверых мальчиков сделали пять утверждений:

- 1) Андрей выше Бориса. 2) Борис выше Василия.
- 3) Василий выше Григория. 4) Григорий выше Андрея.
- 5) Василий выше Бориса.

Известно, что четыре из этих утверждений верны, а одно — неверно. Кто из мальчиков самый высокий? Укажите все возможности и объясните, почему других возможностей нет.

Ответ. Василий. **Решение.** Утверждения 2 и 5 противоречат друг другу, поэтому неверно одно из них. Так как неверное утверждение по условию только одно, утверждения 1, 3 и 4 должны быть верны, то есть Василий выше Григория, Григорий выше Андрея, а Андрей выше Бориса, откуда и получаем ответ. При этом условие задачи выполнено, так как утверждение 5 верно, а утверждение 2 неверно.

- Ответ без объяснения – 0 баллов. Замечено только, что утверждения 2 и 5 противоречат друг другу, дальнейшего содержательного продвижения нет – 2 балла.

Задача 5. *Имеется много одинаковых груш, одинаковых яблок и одинаковых слив. Пять груш тяжелее шести яблок, а пять яблок тяжелее шести слив. Что тяжелее: 26 груш или 37 слив? Ответ обоснуйте.*

Ответ. 26 груш. **Решение.** Заметим, что $5 \cdot 5 = 25$ груш тяжелее, чем $5 \cdot 6 = 30$ яблок, а $6 \cdot 5 = 30$ яблок тяжелее, чем $6 \cdot 6 = 36$ слив. Значит, 25 груш тяжелее 36 слив. Кроме того, из условия ясно, что груша тяжелее яблока, а яблоко тяжелее сливы. Поэтому $26 = 25 + 1$ груш тяжелее, чем $37 = 36 + 1$ слив.

- Ответ без объяснения – 0 баллов. Утверждения, что груша тяжелее яблока, а яблоко тяжелее сливы, считаем очевидными, формального обоснования не требуем.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 6 КЛАССА

Задача 1. *Оля и Коля поженились, когда им было по 20 лет. Через некоторое время у них родились тройняшки, и больше детей не было. Когда Ольга и Николай отмечали 50 лет счастливой совместной жизни, им вместе было на год меньше, чем вместе трём их детям-тройняшкам. Через сколько лет после свадьбы родителей родились тройняшки?*

Ответ. Через 3 года. **Решение.** 50 лет совместной жизни Ольга и Николай отмечали, когда им было по $20 + 50 = 70$ лет. Их тройняшкам в этот момент по условию было вместе $2 \cdot 70 + 1 = 141$ год. Значит, им было по $141 : 3 = 47$ лет, то есть родились он через $50 - 47 = 3$ года после свадьбы родителей.

- За верный ответ без объяснения или найденный подбором – 5 баллов, из оставшихся 2 баллов оценивается объяснение.

Задача 2. *Как поровну (по весу) разделить пять одинаковых буханок хлеба на семерых так, чтобы каждому досталось не больше двух кусков и было сделано не больше шести разрезов? Каждым разрезом можно делить на две (возможно, неравные) части только одну буханку или один из уже полученных кусков.*

Первое решение. По условию каждый должен получить $5/7$ буханки. Отрежем от первой буханки $5/7$ её и дадим первому человеку. Оставшиеся $2/7$ дадим второму и добавим $3/7$ от второй буханки. Оставшиеся от второй буханки $4/7$ дадим третьему и добавим $1/7$ от третьей буханки. От оставшихся $6/7$ третьей буханки отрежем $5/7$ для четвёртого, пятому дадим оставшуюся $1/7$ и отрежем $4/7$ от четвёртой буханки. Оставшиеся от четвёртой буханки $3/7$ дадим шестому и добавим $2/7$ от пятой буханки. Оставшиеся от пятой буханки $5/7$ дадим пятому. Мы разделили хлеб поровну, сделав ровно 6 разрезов. **Второе решение.** Мысленно склеим буханки в одну длинную супербуханку и шестью поперечными разрезами разделим её на семь одинаковых по весу кусков.

- Есть верный алгоритм дележа — 7 баллов, нет алгоритма – 0 баллов.

Задача 3. Про четверых мальчиков сделали пять утверждений:

- 1) Андрей выше Бориса. 2) Борис выше Василия. 3) Василий выше Григория.
4) Григорий выше Андрея. 5) Василий выше Бориса.

Известно, что четыре из этих утверждений верны, а одно — неверно. Кто из мальчиков самый высокий? Укажите все возможности и объясните, почему других возможностей нет.

Ответ. Василий. **Решение.** См. решение задачи 4 5 класса.

♦ См. также задачи 4 7 класса, 5 8 класса и 1 11 класса и комментарий к задаче 5 8 класса.

• Ответ без объяснения — 0 баллов. Замечено только, что утверждения 2 и 5 противоречат друг другу, дальнейшего содержательного продвижения нет — 2 балла.

Задача 4. Найдите девять идущих подряд четырёхзначных чисел, сумма которых оканчивается на 2021.

Ответ. 4665, 4666, ..., 4673. **Решение.** Сумма девяти подряд идущих натуральных чисел $n, n+1, \dots, n+8$ равна $9n+36$. Поэтому в виде такой суммы можно представить любое делящееся на 9 натуральное число, начиная с $9 \cdot 1 + 36 = 45$. Значит, нам надо получить делящееся на 9 натуральное число, оканчивающееся на 2021. При этом оно должно быть пятизначным, так как сумма девяти четырёхзначных чисел больше 9000 и меньше 100000. Так как сумма цифр числа, делящегося на 9, сама делится на 9, надо дописать к числу 2021 спереди такую цифру k , чтобы сумма $k+2+0+2+1$ делилась на 9. Такая цифра только одна: $k = 4$. Решая уравнение $9n+36 = 42021$, находим $n = 4665$, откуда и получаем ответ.

♦ См. также задачи 3 7 класса и 2 11 класса.

• Есть верный ответ — 7 баллов. Показано только, что сумма девяти идущих подряд натуральных чисел делится на 9 — 1 балл. Показано, что сумма искомых чисел должна равняться 42021 — не менее 4 баллов. Найдены 9 идущих подряд натуральных чисел, сумма которых оканчивается на 2021, но числа не четырёхзначные — 3 балла.

Задача 5. Квадрат с периметром 4 м целиком разрезали на несколько прямоугольников, у каждого из которых длины обеих сторон меньше 1 м. Докажите, что сумма периметров получившихся прямоугольников не меньше 8 м.

Решение. Сторона квадрата с периметром 4 м равна 1 м. Если длины обеих сторон прямоугольника разрезания меньше 1 м, то он либо не выходит на периметр исходного квадрата, либо выходит на него одной своей стороной, либо двумя смежными сторонами. Во всех этих случаях на периметр исходного квадрата выходит не более половины периметра прямоугольника. При этом периметр исходного квадрата целиком складывается из выходящих на него сторон прямоугольников разрезания. Следовательно, он составляет не больше половины суммы периметров этих прямоугольников, то есть сумма их периметров не меньше, чем $2 \cdot 4 = 8$ м, что и требовалось доказать.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 7 КЛАССА

Задача 1. Каких четырёхзначных чисел больше: начинающихся на 20 или оканчивающихся на 21?

Ответ. Начинающихся на 20. **Решение.** Четырёхзначные числа, начинающиеся на 20, идут от 2000 до 2099. Этих чисел ровно 100. Четырёхзначных чисел, оканчивающихся на 21, по одному в каждом ста идущих подряд четырёхзначных числах. Так как всего четырёхзначных чисел 9000 (от 1000 до 9999), среди них оканчивается на 21 ровно $9000 : 100 = 90$. Таким образом, чисел, начинающихся на 20, больше.

- За верный ответ без всякого объяснения или неверный ответ – 0 баллов.

Задача 2. По круговой дорожке из одной точки и в одном направлении стартовали бегун со скоростью 12 км/ч и велосипедист со скоростью 24 км/ч. Через 10 минут велосипедист в четвёртый раз догнал бегуна. Какова длина дорожки?

Ответ. 500 м. **Решение.** Пока бегун пробегает один круг, велосипедист проезжает два. Поэтому он догоняет бегуна через каждые два своих круга в точке старта. К моменту, когда велосипедист догонит бегуна в четвёртый раз, он проедет 8 кругов. На скорости 24 км/ч велосипедист за 10 минут проезжает 4 км. Поэтому длина круга равна $4/8 = 0,5$ км = 500 м.

- За верный ответ без всякого объяснения – 0 баллов. За верный ответ с проверкой его правильности, если из проведенных рассуждений не следует, что других ответов нет (как правило это означает, что нет объяснения, как ответ был получен, либо ответ был получен подбором) – 3 балла.

Задача 3. Найдите три идущих подряд натуральных числа, сумма которых начинается на 2021 и оканчивается на 2021.

Ответ. Например, 67374006, 67374007 и 67374008. **Решение.** Сумма трёх подряд идущих натуральных чисел $n, n+1, n+2$ равна $3(n+1)$. Поэтому в виде такой суммы можно представить любое делящееся на 3 натуральное число, начиная с $3 \cdot (1+1) = 6$. Значит, нам надо получить делящееся на 3 натуральное число, начинающееся и оканчивающееся на 2021. Для этого, в соответствии с признаком делимости на 3, достаточно вписать в запись 2021...2021 вместо многоточия одну или несколько цифр так, чтобы сумма цифр получившегося числа делилась на 3. Например, подойдет число 202122021. Решая уравнение $3(n+1) = 202122021$, получаем $n = 67374006$.

- ♦ См. также задачи 4 6 класса и 2 11 класса.

- За любой верный пример – 7 баллов. Из решения видно, что верных примеров бесконечно много, поэтому **проверяйте все ответы участников сложением чисел!** Замечено и показано, что сумма трёх искомых чисел должна делиться на 3, дальнейшего продвижения нет – 1 балл. Верно указана одна из возможных сумм искомых чисел – не менее 4 баллов.

Задача 4. Про пятерых мальчиков сделали шесть утверждений:

- 1) Андрей выше Бориса.
- 2) Борис выше Василия.
- 3) Василий выше Григория.
- 4) Григорий выше Андрея.
- 5) Андрей выше Дениса.
- 6) Денис выше Григория.

Известно, что пять из этих утверждений верны, а одно — неверно. Кто из мальчиков самый высокий? Укажите все возможности и объясните, почему других возможностей нет.

Ответ. Андрей. **Решение.** Будем обозначать рост мальчика первой буквой его имени. Согласно первым четырём утверждениям, $A > B > B > G > A$. Значит, среди них есть неверное, иначе получается невозможное неравенство $A > A$. Согласно по-

следним трём утверждениям, $\Gamma > A > D > \Gamma$. Значит, и среди этих трёх утверждений есть неверное, иначе $\Gamma > \Gamma$. Так как неверное утверждение ровно одно, оно должно входить в состав как первых четырёх, так и последних трёх. Значит, неверно четвёртое утверждение, а остальные верны. Тогда из утверждений 1, 2, 3 и 5 получаем, что $A > B > B > \Gamma$ и $A > D$, откуда и следует ответ.

♦ См. также задачи 3 6 класса, 5 8 класса и 1 11 класса и комментарий к задаче 5 8 класса.

• Ответ «Андрей» без обоснования – 0 баллов. Доказано, что неверно четвёртое утверждение – не менее 5 баллов.

Задача 5. Квадрат с периметром 4 м целиком разрезали на несколько прямоугольников. Оказалось, что сумма периметров получившихся прямоугольников меньше 8 м. Докажите, что среди этих прямоугольников найдётся такой, у которого есть сторона длины 1.

Решение. Сторона квадрата периметра 4 м равна 1 м. Все стороны прямоугольников разрезания параллельны сторонам квадрата. Поэтому сторон длиннее 1 м у этих прямоугольников нет, и если у них также нет сторон, равных 1 м, то все их стороны короче 1 м. Но тогда, как показано в решении задачи 5 6 класса, сумма их периметров не меньше 8.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 8 КЛАССА

Задача 1. Имеется инструмент, позволяющий совершать только одно действие: откладывать от данного луча в выбранном направлении (по или против часовой стрелки) угол величиной в 70 градусов. Как с его помощью отложить от данного луча в данном направлении угол в 60 градусов?

Решение. Последовательно отложим в данном направлении угол в 70 градусов, шесть раз подряд. Так как $6 \cdot 70 = 420$, угол между второй стороной последнего из отложенных углов и первой стороной первого, то есть данным исходно лучом, составит как раз $420 - 360 = 60$ градусов.

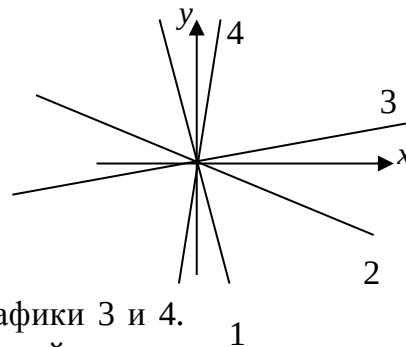
Задача 2. Два числа таковы, что их сумма равна 1 и сумма их квадратов тоже равна 1. Докажите, что и сумма кубов этих чисел равна 1.

Решение. Обозначим данные нам числа через a и b . Возводя равенство $a+b=1$ в квадрат, получаем $a^2+b^2+2ab=1$. Так как по условию $a^2+b^2=1$, получаем $2ab=0$, откуда $a=0$ или $b=0$. Если $a=0$, то $b=1$, если $b=0$, то $a=1$. В обоих случаях $a^3+b^3=1$, что и требовалось доказать.

Задача 3. На рисунке справа изображены графики функций $y=ax$, $y=bx$, $y=a^2x$, $y=b^2x$. Укажите номер каждого из графиков, если известно, что $a > b$.

Ответ. 1: $y=bx$, 2: $y=ax$, 3: $y=a^2x$, 4: $y=b^2x$.

Решение. Только два из данных графиков проходят в первой и третьей четвертях. Так как $a^2 > 0$ и $b^2 > 0$, то это графики 3 и 4. Значит, графики $y=ax$ и $y=bx$ проходят во второй и четвёртой четвертях, и потому числа a и b отрицательны. Тогда из $a > b$ следует, что $|a| < |b|$, откуда $a^2 < b^2$. Таким образом, график $y=a^2x$ наклонен к оси абсцисс под меньшим углом,



чем график $y = b^2x$, то есть график 3 — это $y = a^2x$, а график 4 — это $y = b^2x$. Осталось заметить, что из неравенства $|a| < |b|$ следует, что график $y = ax$ имеет номер 2, а график $y = bx$ — номер 1.

• Только ответ — 0 баллов. Показано только, что в первой четверти проходят графики $y = a^2x$ и $y = b^2x$ — 1 балл. То же, плюс обоснованы номера этих графиков — 3 балла.

Задача 4. В треугольнике ABC провели биссектрису BE и серединный перпендикуляр t к стороне AB . Оказалось, что $BE = EC$, а прямая t пересекает сторону BC и не проходит через точку C . Докажите, что угол C меньше 36° .

Решение. Пусть $\angle ABC = 2\beta$, а прямая t пересекает сторону BC в точке D . По свойству серединного перпендикуляра $DA = DB$, откуда $\angle DAB = \angle ABD = \beta$. Значит, по теореме о внешнем угле треугольника $\angle ADC = \angle DAB + \angle ABD = 2\beta$. Кроме того, поскольку $BE = EC$, $\angle C = \angle DBE = \beta$. Поэтому сумма углов треугольника ADC равна $\angle DAC + 2\beta + \beta = \angle DAC + 3\beta = 180^\circ$, откуда $\angle C = \beta = (180^\circ - \angle DAC)/3 < 36^\circ$.

Задача 5. Про шестерых мальчиков сделали девять утверждений:

- 1) Андрей выше Бориса. 2) Борис выше Василия. 3) Василий выше Андрея.
- 4) Василий выше Григория. 5) Григорий выше Бориса. 6) Григорий выше Дениса.
- 7) Денис выше Василия. 8) Денис выше Евгения. 9) Евгений выше Григория.

Известно, что семь из этих утверждений верны, а два — неверны. Кто из мальчиков самый высокий? Укажите все возможности и объясните, почему других возможностей нет.

Ответ. Денис. **Решение.** Будем обозначать рост мальчика первой буквой его имени. Согласно утверждениям 1, 2, 3, $A > B > V > A$. Значит, среди них есть неверное — иначе $A > A$, противоречие. По аналогичным причинам неверное есть среди утверждений 2, 4 и 5, среди утверждений 4, 6 и 7 и среди утверждений 6, 8 и 9. Заметим, что каждое из наших утверждений входит не более чем в две из четырёх указанных троек. Поэтому, так как неверных утверждений всего два, каждое из них должно входить в две из этих троек. Так как у тройки 1, 2, 3 есть общее утверждение только с тройкой 2, 4, 5, а у тройки 4, 6, 7 — только с тройкой 6, 8, 9 и эти общие утверждения — 2 и 6, то эти два утверждения и должны быть ложными, а все остальные — истинными. Значит, $V > Г$, $V > A > Б$, $Д > В$ и $Д > Е$, откуда и вытекает ответ.

• Неоконченный перебор: как правило, 0 баллов. Только ответ: 0 баллов. Указано, какие утверждения ложны, из этого верно выведен ответ, единственность ответа не доказана: 2 балла.

♦ См. также задачи 3 6 класса, 4 7 класса и 1 11 класса.

♦ Решение станет нагляднее и проще, если изобразить условие в виде ориентированного графа, то есть рисунка, где точками изображены мальчики, а стрелками — утверждения. На этом рисунке сразу станут видны четыре треугольных ориентированных цикла, образованных утверждениями, которые мы в решении объединили в тройки, и поскольку ориентированный цикл из верных утверждений типа « X выше Y » невозможен, сразу видно, какие два утверждения должны быть ложными, чтобы разрушить все эти циклы.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 9 КЛАССА

Задача 1. Имеется инструмент, позволяющий совершать только одно действие: откладывать от данного луча в выбранном направлении (по или против часовой стрелки) угол величиной в 31 градус. Как с его помощью отложить от данного луча в данном направлении угол в 12 градусов?

Решение. Последовательно отложим в данном направлении угол в 31 градус 12 раз подряд. Так как $12 \cdot 31 = 372$, угол между второй стороной последнего из отложенных углов и первой стороной первого, то есть данным исходно лучом, составит как раз $372 - 360 = 12$ градусов.

Задача 2. Петя и Вася пробежали одну и ту же дистанцию. Вася бежал вдвое быстрее Пети, но стартовал на минуту позже, и Петя пришёл к финишу первым. Докажите, что Петя пробежал дистанцию меньше чем за две минуты.

Решение. Вася бежит вдвое быстрее Пети, и потому за минуту пробегает столько же, сколько Петя за две минуты. Значит, если Петя через две минуты после старта ещё не финиширует, то Вася его догонит.

Задача 3. Про число n сделано пять утверждений: 1) n делится на 2; 2) n делится на 3; 3) n делится на 4; 4) n делится на 6; 5) n делится на 12. Известно, что среди этих утверждений чётное (и не равное 0) количество верных. Докажите, что n делится на 4.

Решение. Допустим, n не делится на 4. Тогда утверждения 3 и 5 неверны. Если при этом неверно ещё и утверждение 4, то неверно и хотя бы одно из утверждений 1 и 2, так как если число делится на 2 и на 3, то оно делится и на 6. Получается, что в этом случае верно не больше одного утверждения, что противоречит условию задачи. Если же утверждение 4 верно, то есть n делится на 6, то верны и утверждения 1 и 2, и верных утверждений получается три, что также противоречит условию задачи.

Задача 4. Два числа таковы, что их сумма, сумма их квадратов и сумма их кубов равны одному и тому же числу m . Докажите, что сумма четвёртых степеней этих чисел тоже равна m .

Первое решение. Пусть $a+b = a^2+b^2 = a^3+b^3 = m$. Тогда $m = a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2) = m(m-ab)$, откуда $m=0$ или $ab = m-1$. Если $m = a^2+b^2 = 0$, то $a = b = 0$ и $a^4+b^4 = 0 = m$. Если $ab = m-1$, то $m^2 = (a+b)(a^3+b^3) = a^4+b^4+ab(a^2+b^2) = a^4+b^4+(m-1)m$, откуда $a^4+b^4 = m$.

Второе решение. По условию $(a+b)(a^3+b^3) = (a^2+b^2)^2 = m^2$. Раскрыв скобки, после приведения подобных членов получим $a^3b+ab^3 = 2a^2b^2$, откуда $ab(a-b)^2 = 0$. Из последнего равенства следует, что либо $a = 0$, либо $b = 0$, либо $a = b$. Если $a = 0$, то по условию $b = b^2$, откуда $b = 0$ или $b = 1$. Аналогично, если $b = 0$, то $a = 0$ или $a = 1$. Наконец, если $a = b$, то по условию $2b = 2b^2$, откуда $a = b = 0$ или $a = b = 1$. Во всех случаях каждое из чисел a и b равно 0 или 1, и потому $a^4+b^4 = a+b = m$.

• Деление на выражение, которое может обращаться в нуль, без рассмотрения случая, когда оно равняется 0 – не выше 3 баллов.

Задача 5. В параллелограмм $ABCD$ вписаны две касающиеся друг друга окружности таким образом, что одна касается сторон AB , BC и AD , а другая — сторон BC , CD и AD . Докажите, что площадь параллелограмма равна $AD^2 - AD \cdot AB$.

Решение. Опустим из вершины B перпендикуляр BE на прямую AD . В решении задачи 4 10 класса показано, что $AD = AB + BE$. Поэтому площадь параллелограмма $ABCD$ есть $AD \cdot BE = AD \cdot (AD - AB) = AD^2 - AD \cdot AB$, что и требовалось доказать.

Задача 6. Даны натуральные числа k и n . Докажите, что если на плоскости существует k прямых, пересекающихся ровно в n точках, то существует и k парабол, пересекающихся ровно в n точках.

Решение. Возьмём на плоскости k прямых, пересекающихся в n точках, и введём там прямоугольную декартову систему координат так, чтобы ни одна из наших прямых не была параллельна оси ординат. Тогда прямые будут задаваться уравнениями $y = a_i x + b_i$ ($i = 1, \dots, k$), а абсциссы точек пересечения будут решениями всевозможных уравнений $a_i x + b_i = a_j x + b_j$ ($i \neq j$); ординаты находятся подстановкой в любую из частей уравнения. Рассмотрим теперь k парабол, заданных уравнениями $y = x^2 + a_i x + b_i$ ($i = 1, \dots, k$). Абсциссы их точек пересечения будут решениями уравнений $x^2 + a_i x + b_i = x^2 + a_j x + b_j$ ($i \neq j$), которые равносильны уравнениям $a_i x + b_i = a_j x + b_j$ (ординаты по-прежнему находятся подстановкой). Это даёт взаимно-однозначное соответствие между точками пересечения прямых и точками пересечения парабол, из наличия которого и вытекает утверждение задачи.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 10 КЛАССА

Задача 1. У шнура длиной 160 см первые 80 см горят со скоростью вдвое большей, чем последние 80 см. На каком расстоянии от начала шнура надо его поджечь, чтобы огонь достиг его начала и конца одновременно?

Ответ. 100 см. **Первое решение.** Пусть последние 80 см шнура горят со скоростью v см/сек, а искомая точка находится на расстоянии x см от начала шнура. Очевидно, $x > 80$. От этой точки до начала шнур будет гореть $(x - 80)/v + 80/2v$ секунд, а до конца — $(160 - x)/v$ секунд. Приравняв и умножив на $2v$, после преобразования получаем $2x - 80 = 320 - 2x$, откуда $x = 100$ (см). **Второе решение.** Заменим первые 80 см шнура на 40 см шнура, горящего с той же скоростью, что и «медленная» половина шнура. Эти 40 см будут гореть столько же времени, сколько 80 см «быстрого» шнура. После замены искомая точка будет посередине шнура, то есть в 60 см от его начала. Прделаав обратную замену, получим ответ.

Задача 2. Найдите три идущих подряд натуральных числа, сумма которых оканчивается на 2021.

Ответ. Например, 4006, 4007, 4008. **Решение.** Сумма трёх подряд идущих натуральных чисел n , $n+1$, $n+2$ равна $3(n+1)$. Поэтому в виде такой суммы можно представить любое делящееся на 3 натуральное число, начиная с $3 \cdot (1+1) = 6$. Значит, нам надо получить делящееся на 3 натуральное число, оканчивающееся на 2021. Для этого, в соответствии с признаком делимости на 3, достаточно дописать перед 2021 одну или несколько цифр так, чтобы сумма цифр получившегося числа делилась на 3. Например, подойдет число 12021. Решая уравнение $3(n+1) = 12021$, получаем $n = 4006$.

♦ См. также задачи 4 6 класса и 3 7 класса.

• За любой верный пример — 7 баллов. Из решения видно, что верных примеров бесконечно много, поэтому **проверяйте все ответы участников сложением чисел!** Замечено и показано, что сумма трёх искомых чисел должна делиться на 3, дальней-

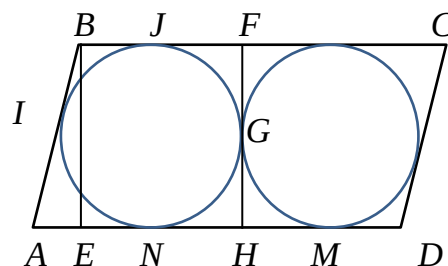
шего продвижения нет – 1 балл. Верно указана одна из возможных сумм искомых чисел – не менее 4 баллов.

Задача 3. Можно ли выбрать на плоскости 2021 прямую так, чтобы каждая из них пересекала все остальные, кроме сорока двух?

Ответ. Можно. **Решение.** Заметим, что $2021 = 43 \cdot 47$. Поэтому достаточно взять любые 47 прямых, среди которых нет параллельных, а потом добавить к каждой 42 параллельных ей прямых.

• Ответ «можно» без обоснования – 0 баллов.

Задача 4. В параллелограмм $ABCD$ вписаны две касающиеся друг друга окружности таким образом, что одна касается сторон AB , BC и AD , а другая — сторон BC , CD и AD . BE — перпендикуляр, опущенный из вершины B на прямую AD . Докажите, что $AD = AB + BE$.



Решение. Пусть окружности касаются в точке G , а I, J, M, N — точки их касания со сторонами параллелограмма, как показано на рисунке справа. Проведём их общую касательную FH , где точки F и H лежат на сторонах BC и AD соответственно. Как легко показать, точка G — середина отрезка FH , и $FH \perp BC$, откуда $FH = BE$. По свойству касательных $HG = HN = HM$, откуда $NM = HN + HM = 2HG = FH = BE$. По тому же свойству касательных $AN = AI$ и $BJ = BI$. Легко доказать также (хотя бы с помощью симметрии с центром G), что $BJ = MD$, откуда $MD = BI$. Соединяя всё доказанное, получаем $AD = AN + MD + NM = AI + BI + BE = AB + BE$.

Задача 5. Даны числа $a_1, \dots, a_{100}$, удовлетворяющие условию $a_1 > a_2 > \dots > a_{100} > 1$. Сколько существует различных значений параметра a , для каждого из которых график функции $y = |a_1 x - 1| + \dots + |a_{100} x - 1| + a|x - 1|$ имеет хотя бы один горизонтальный участок.

Ответ. 101. **Решение.** Положим для удобства $a_{101} = 1$. Тогда корень i -го подмодульного выражения будет равен $1/a_i$ при всех $i = 1, \dots, 101$. Они и число 1 — корень последнего подмодульного выражения — разбивают числовую ось на 102 промежутка. На каждом из этих промежутков наша функция после раскрытия модулей превращается в линейную, график которой горизонтален тогда и только тогда, когда её коэффициент при x равен 0.

По условию выполнены неравенства $0 < 1/a_1 < 1/a_2 < \dots < 1/a_{100} < 1/a_{101} = 1$. Поэтому на i -ом слева промежутке первые $i-1$ модулей раскрываются со знаком минус, остальные — со знаком плюс. Поэтому коэффициент при x после раскрытия модулей на первом промежутке равен $k_1 = -(1/a_1 + \dots + 1/a_{100} + m)$, на последнем промежутке равен $k_{102} = 1/a_1 + \dots + 1/a_{100} + m$, а на i -ом ($i = 2, \dots, 101$) равен $k_i = -1/a_1 - \dots - 1/a_{i-1} + 1/a_i + \dots + m$. Приравнявая найденные значения коэффициентов нулю, получаем, что на первом и последнем промежутках график функции будет горизонтален при одном и том же $m_1 = 1/a_1 + \dots + 1/a_{100}$, а на i -ом промежутке ($i = 2, \dots, 101$) — при $m_i = m_1 - 1/a_1 - \dots - 1/a_{i-1}$. Так как $m_1 < m_2 < \dots < m_{101}$, все найденные m_i различны, откуда и вытекает ответ.

• Ответ без обоснования – 0 баллов. Не замечено, что на первом и последнем промежутках искомые значения m равны – не более 4 баллов. Не доказано, что коэффициент при x после раскрытия модулей принимает не менее 101 различного значения – не более 1 балла.

Задача 6. Из нечётных натуральных чисел от 1 до 47 составили 12 дробей, меньших 1, используя каждое число по одному разу. Получившиеся дроби разбили на группы равных между собой. Какое наименьшее количество групп могло получиться?

Ответ. 7. Решение. Оценка. Дробь, содержащая хотя бы одно из простых чисел 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, не может равняться никакой другой из наших дробей, потому что уже $17 \cdot 3 > 47$. Так как таких «одиноких» дробей не больше девяти, среди составленных есть не равные им дроби. Поэтому если «одиноких» дробей хотя бы шесть, групп равных дробей не меньше семи. Пусть «одиноких» дробей пять (меньше, очевидно, быть не может). Заменим одну из остальных дробей равной ей несократимой дробью m/n . Так как все дроби меньше 1, то $n \geq 3$. Знаменатели дробей, равных m/n , нечётны, кратны n и не превосходят 47. Если $n \geq 5$, то таких знаменателей не больше пяти, и среди семи оставшихся дробей найдутся две неравных — оценка доказана. При $n = 3$ нечётных чисел, кратных 3 и не превосходящих 47, восемь: 3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45. Но все оставшиеся дроби после сокращения должны давать $1/3$, и при этом в одном наборе не могут находиться дроби $1/3$ и $3/9$, а также дроби $5/15$ и $15/45$, так что всего дробей, равных $1/3$, не больше шести. Значит, и в этом случае среди семи оставшихся дробей найдутся две неравных.

Пример, когда классов ровно 7: $\{1/3, 5/15, 7/21, 9/27, 11/33, 13/39\}, \{25/41\}, \{35/43\}, \{45/47\}, \{17/19\}, \{23/29\}, \{31/37\}$.

• Ответ без обоснования – 0 баллов. Верный пример оценивается в 1 балл, доказательство оценки – из 6 баллов, баллы за пример и оценку суммируются. Идея рассмотреть при доказательстве оценки «одинокие» дроби без дальнейшего содержательного продвижения – 1 балл.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 11 КЛАССА

Задача 1. Про трёх мальчиков сделали четыре утверждения:

1) Андрей выше Бориса. 2) Борис выше Василия.

3) Василий выше Андрея. 4) Василий выше Бориса.

Известно, что три из этих утверждений верны, а одно — неверно. Кто из мальчиков самый высокий? Ответ обоснуйте.

Ответ. Василий. **Решение.** Поскольку утверждения 2 и 4 противоречат друг другу — неверно одно из них. Если неверно утверждение 4, то из трёх первых утверждений вытекает, что Андрей выше самого себя — противоречие. Значит, неверно утверждение 2. Тогда верно, что Василий выше Андрея, а Андрей выше Бориса, то есть Василий выше всех.

♦ См. также задачи 3 6 класса, 4 7 класса и 5 8 класса и комментариев к задаче 5 8 класса.

• Только ответ – 0 баллов. Ложное утверждение указано, но ложность не обоснована – не более 1 балла.

Задача 2. Найдите три идущих подряд натуральных числа, сумма которых оканчивается на 2020.

Ответ. Например, 7339, 7340, 7341. **Решение.** Сумма трёх подряд идущих натуральных чисел $n, n+1, n+2$ равна $3(n+1)$. Поэтому в виде такой суммы можно представить любое делящееся на 3 натуральное число, начиная с $3 \cdot (1+1) = 6$. Значит,

нам надо получить делящееся на 3 натуральное число, оканчивающееся на 2020. Для этого, в соответствии с признаком делимости на 3, достаточно дописать перед 2020 одну или несколько цифр так, чтобы сумма цифр получившегося числа делилась на 3. Например, подойдет число 22020. Решая уравнение $3(n+1) = 22020$, получаем $n = 7339$.

♦ См. также задачи 4 6 класса и 3 7 класса.

• За любой верный пример – 7 баллов. Из решения видно, что верных примеров бесконечно много, поэтому **проверяйте все ответы участников сложением чисел!** Замечено и показано, что сумма трёх искомых чисел должна делиться на 3, дальнейшего продвижения нет – 1 балл. Верно указана одна из возможных сумм искомых чисел – не менее 4 баллов.

Задача 3. Найдите все значения параметра a , для каждого из которых график функции $y = 2|x-1| + a|2x+1|$ имеет хотя бы один горизонтальный участок.

Ответ. -1 и 1 . **Решение.** Корни подмодульных выражений делят числовую ось на промежутки $(-\infty, -1/2]$, $[-1/2, 1]$, $[1, +\infty)$. На первом из них сумма $2|x-1| + a|2x+1|$ равняется $-2(1+a)x + 2 - a$, на втором — $2(a-1)x + a - 2$, на третьем — $2(1+a)x - 2 + a$. Участок графика над данным интервалом будет горизонтален, если после раскрытия модулей коэффициент при x обращается в 0. На первом и третьем интервалах это происходит при $a = -1$, а на втором — при $a = 1$.

• Только ответ – 0 баллов. Только ответ с проверкой — 1 балл.

Задача 4. Докажите, что существует выпуклый 14-гранник, у которого все рёбра равны.

Решение. Искомый 14-гранник можно получить, например, отрезав от куба 8 правильных треугольных пирамид с вершинами в его вершинах так, чтобы грани куба из квадратов превратились в правильные восьмиугольники. Легко проверить, что это получится, если вершины оснований отрезаемых пирамид будут делить рёбра куба в пропорции $1 : \sqrt{2} : 1$.

• Описан верный пример с кубом, но его возможность не обоснована – 6 баллов. В качестве обоснования принимаются не только вычисления, но и соображения непрерывности.

Задача 5. В параллелограмм $ABCD$ вписаны две касающиеся друг друга окружности, одна из которых касается сторон AB , BC и AD , а другая — сторон BC , CD и AD . Найдите площадь этого параллелограмма, если $AB = a$, $AD = b$.

Ответ. $b^2 - ab$. **Решение.** См. решения задач 4 9 класса и 5 10 класса.

Задача 6. Из нечётных натуральных чисел от 1 до 47 составили 12 дробей, меньших 1, используя каждое число по одному разу. Получившиеся дроби разбили на группы равных между собой. Какое наименьшее количество групп могло получиться?

Решение. См. решение и указания по оценке задачи 6 10 класса.

ИСТОЧНИКИ И АВТОРЫ ЗАДАЧ

Все задачи составлены И. С. Рубановым специально для этой олимпиады.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Информация о победителях и призерах областной олимпиады 2020/21 г.

ДИПЛОМ I СТЕПЕНИ: *Софья Новоселова, Глеб Костицын* (оба — КФМЛ, 7 кл.), *Михаил Муравьев* (КФМЛ, 8 кл.), *Александр Гнусов, Кирилл Тихонов* (оба — КФМЛ, 9 кл.), *Егор Загоскин, Глеб Хитрин, Левкий Яговкин* (все — КФМЛ, 10 кл.), *Марина Ожегова* (КФМЛ, 11 кл.).

ДИПЛОМ II СТЕПЕНИ: *Арина Целищева, Александр Саетов, Николай Гнусов* (все — КФМЛ, 7 кл.), *Сергей Суровцев* (КФМЛ, 7 кл. — за 8 кл.), *Илья Таланкин, Алина Грель, Иван Девятьяров* (все — КФМЛ, 8 кл.), *Никита Паюсов* (Киров, лицей 21, 9 кл.), *Григорий Кононов, Дмитрий Суевалов, Иван Гребенкин, Павел Усатов* (все — КФМЛ, 9 кл.), *Матвей Назаров, Григорий Попов, Вячеслав Казаков* (все — КФМЛ, 10 кл.), *Сергей Дружков, Александр Смирнов* (оба — КФМЛ, 11 кл.).

ДИПЛОМ III СТЕПЕНИ: *Дарья Шишкина* (КФМЛ, 7 кл.), *Игорь Чебыкин* (КФМЛ, 7 кл. — за 8 кл.), *Егор Нелюбин, Михаил Шихалеев* (оба — КФМЛ, 8 кл.), *Данила Куимов, Вадим Пупышев* (оба — КФМЛ, 9 кл.), *Анна Казанцева* (Киров, школа 47, 10 кл.), *Денис Зорин, Алена Микрюкова, Данил Панкратов, Андрей Шулятьев, Анна Попцова, Алексей Ткачев* (все — КФМЛ, 10 кл.), *Олег Чурин* (КФМЛ, 11 кл.), *Алексей Чулков* (Киров, школа 56, 11 кл.).

ПОХВАЛЬНАЯ ГРАМОТА: *Альберт Бебякин, Ксения Журавлева* (оба — КФМЛ, 7 кл.), *Полина Баранова* (Киров, школа 28, 7 кл. — за 8 кл.), *Иван Киселев, Анна Рашева* (оба — КФМЛ, 7 кл. — за 8 кл.), *Андрей Маточкин* (КФМЛ, 8 кл.), *Анастасия Сиротина, Андрей Николаев* (оба — КФМЛ, 9 кл.), *Илья Любимов* (Киров, лицей 21, 11 кл.), *Даниил Девятьяров* (Киров, Лингвистическая гимназия, 11 кл.).

ПРИЛОЖЕНИЕ 2: ХРОНИКА (ноябрь 2020 – октябрь 2021)

20 – 22 ноября. В Казани состоялся турнир математических игр имени А.П. Нордена, в которой приняло участие 3 кировских команды.

22 – 24 января. В Казани состоялся турнир математических игр имени П.А. Широкова. 4 команды кировчан участвовало в этом турнире онлайн, две из которых — «Киров 6-2» и «Киров 6-3» — завоевали дипломы II степени.

14 февраля (для 6-8 кл.) и 7 марта (для 9-11 кл.) Санкт-Петербургская городская математическая олимпиада. 14 февраля эта олимпиада для кировчан проводилась под руководством члена её жюри Сергея Берлова непосредственно в Кирове, ученики 9-11 классов 7 марта соревновались в Санкт-Петербурге. 19 кировчан награждены дипломами и похвальными отзывами: *Михаил Муравьев* — дипломом I степени, *Левкий Яговкин* — дипломом II степени, *Иван Киселев, Глеб Костицын, Сергей Суровцев, Илья Таланкин, Сергей Дружков* — дипломами III степени, *Иван Девятьяров* — похвальным отзывом, *Всеволод Поскребышев* (КФМЛ, 7 кл.) — похвальным отзывом I степени, *Артур Сансиев* (КФМЛ, 5 кл. — за 6 кл.), *Сергей Куимов, Григорий Попцов* (оба — КФМЛ, 6 кл.), *Анастасия Нагорнова* (КФМЛ, 7 кл.), *Альберт Бебякин, Ксения Журавлева, Софья Новоселова, Анна Рашева, Александр Саетов, Игорь Чебыкин* — похвальными отзывами II степени.

23 февраля (для 7-11 кл.) и 11 апреля (для 4-6 кл.) второй (очный) тур олимпиады Юношеской математической школы (ЮМШ). Кировчане участвовали на региональной площадке в ЦДОШ, 27 из них награждены дипломами и похвальными отзывами: *Марина Ожегова* — дипломом I степени, *Полина Баранова, Александр Гнусов, Дмитрий Суевалов, Павел Усатов, Анна Казанцева* — дипломами II степени, *Анна Рашева, Сергей Суровцев, Иван Гребенкин, Анастасия Сиротина, Кирилл Тихонов, Владимир Урванцев* — дипломами III степени, *Артур Сансиев, Егор Кочуров, Алексей Сунцов* (все — КФМЛ, 5 кл.), *Евгения Краскова* (КЭПЛ, 5 кл.), *Глеб Костицын, Игорь Чебыкин, Алиса Леушина* (КФМЛ, 10 кл.), *Григорий Попов, Варвара Прозорова, Максим Прокошев* (оба — КФМЛ, 10 кл.), *Андрей Шулятьев* — похвальными отзывами, *Константин Минин* (Вятская гуманитарная гимназия, 4 кл.), *Иван Птушкин* (КФМЛ, 4 кл.) — похвальными отзывами I степени, *Даниил Дрягин, Глеб Шаклеин* (все — КФМЛ, 4 кл.) — похвальными отзывами II степени.

Январь, март. 30684 учащихся из Кировской области участвуют в математических конкурсах «Смарт-Кенгуру» и «Кенгуру».

23 – 26 марта состоялся заключительный этап XIII олимпиады имени Леонарда Эйлера, проведённой для восьмиклассников России АНОО «Вятский центр дополнительного образования» и Московским Центром непрерывного математического образования. В нём приняли участие 217 учащихся 6-8 классов. Участники были распределены по территориальному признаку по четырём финалам в Барнауле, Казане, Москве и Санкт-Петербурге. В финале участвовало 5 кировчан. Михаил Муравьев, Илья Таланкин, Иван Девятьяров завоевали дипломы III степени.

28 марта в режиме онлайн состоялась игра «Математическая абака». В ней приняло участие 200 учащихся 4 классов, 295 — 5 классов и 238 — 6 классов из Кирова и области.

16 – 23 апреля. Заключительный этап Всероссийской математической олимпиады школьников в Тюмени. Участвовали кировчане *Александр Гнусов, Дмитрий Суевалов* (оба — дипломы призёра по 9 кл.), *Кирилл Тихонов* (похвальная грамота по 9 кл.), *Григорий Кононов, Никита Паюсов, Егор Загоскин* (диплом победителя по 10 кл.), *Левкий Яговкин* (диплом призёра по 10 кл.), *Денис Зорин, Матвей Назаров* (оба — похвальные грамоты по 10 кл.), *Глеб Хитрин, Сергей Дружков, Марина Ожегова* (оба — дипломы призёра по 11 кл.).

23 – 25 апреля. Турнир математических игр имени Н.Г. Чеботарева в Казани. 10 команд кировчан участвовало в этом турнире онлайн. Команды «Киров 4-4» завоевала диплом I степени, команда «Киров 4-5» — диплом II степени, «Киров 5-1», «Киров 5-2», «Киров 5-4» и «Киров 5-5» — дипломы III степени.

30 апреля – 6 мая. LVI Уральский (XXIX Кировский) турнир юных математиков. Участвовали 92 команды, представлявшие 18 городов России. Команда «Киров 8-1» заняла 2 место во второй лиге старшей группы, команда «Киров 7-1» — 2 место в первой лиге младшей группы, команда «Киров 7-2» — 1 место во второй лиге Б младшей группы, команда «КЭПЛ-7» — 6 место во второй лиге А младшей группы, команда «КЭПЛ-6» — 8 место в первой лиге группы «Старт», команда «Киров 6-1» — 2 место во второй лиге А группы «Старт», команда «Киров 6-2» — 3-4 места и команда «КЭПЛ-5» — 6 место во второй лиге Б группы «Старт», команды «Киров 5-1» — 5-6 места и команда «Киров 5-2» — 7 место в третьей лиге группы «Старт».

16 мая. XVI всероссийская олимпиада по геометрии им. И.Ф. Шарыгина (XVIII устная олимпиада по геометрии, г. Москва). Кировчане участвовали на региональной площадке в ЦДООШ, и 12 из них завоевали дипломы и грамоты: *Михаил Муравьев, Григорий Кононов* — дипломы I степени, *Иван Гребенкин, Данила Куимов, Вадим Пупышев, Дмитрий Суевалов, Кирилл Тихонов, Владимир Урванцев* — дипломы III степени, *Алина Грель, Илья Таланкин, Анастасия Сиротина, Глеб Хитрин* — похвальные грамоты.

3 – 28 июля. XXXVI Летняя многопредметная школа Кировской области. 269 учащихся (в том числе 169 математиков), среди которых 162 иногородних из 27 регионов России и из Казахстана.

30 июля – 2 августа. Финальный тур XVII олимпиады по геометрии им. И.Ф. Шарыгина. Участвовали 3 кировчанина: *Михаил Муравьев* (диплом III степени), *Александр Гнусов* (диплом II степени) и *Григорий Кононов*.

2 – 11 августа. Александр Гнусов, Иван Гребенкин участвуют в XXXIII Международной конференции Турнира городов (Костромская область). По итогам конференции оба награждены дипломами.

По итогам **42 Турнира городов**, проходившего в 2020/21 учебном году, более 40 школьников из Кировской области награждены дипломами победителей.

10 октября состоялась онлайн игра «Математический кросс», в которой приняли участие 482 пятиклассника из Кирова и области.

17 октября состоялась онлайн игра «Математическое многоборье». В ней приняло участие 395 шестиклассников из Кирова и области.

24 – 30 октября. В г. Сочи (Федеральная территория "Сириус") прошёл LVII Уральский турнир юных математиков. Участвовало 100 команд, представлявшие 33 города России. Команда «Киров-8» поделила 5-6 место в высшей лиге старшей группы, команда «Киров-7» заняла 8 место в первой лиге младшей группы, команда «Киров-6» — 4 место в первой лиге группы «Старт».

