XLVII РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

КИРОВСКАЯ ОБЛАСТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

II (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ, РЕШЕНИЯ, МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Киров
2020

Оргкомитету и жюри муниципального этапа
математической олимпиады школьников

Уважаемые коллеги!

В начале олимпиады напомните участникам, что нужно не только приводить ответы, но и *обосновывать* их (в этом, по существу, и состоит решение задачи, а ответ — лишь его результат).

Продолжительность олимпиады *составляет* **для 5-6 кл. — 2,5 часа, для 7 кл. — 3 часа, для 8 кл. — 3,5 часа, для 9-11 кл. — 4 часа,** *не считая времени, потраченного на заполнение титульных листов работ и разъяснение условий задач.*

После олимпиады (лучше всего — *в тот же день*) просим провести *разбор задач для ее участников.*

Отзывы об этой брошюре и олимпиадных заданиях направляйте по адресу: *610005, г. Киров, 5, а/я 1026, ЦДООШ.*

Автор благодарен А.В. Черанёвой, О.В. Старостиной, И.А. Семёновой, В.В. Сидорову, О.В. Рубановой за полезные обсуждения и критику.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕРКЕ И ОЦЕНКЕ ОЛИМПИАДНЫХ РАБОТ

1. *Решение каждой задачи, независимо от её трудности, оценивается из 7 баллов. Жюри не имеет права изменять цену задачи. Каждая оценка должна быть целым числом, не меньшим 0 и не большим 7, дробные оценки не допускаются.*

2. При оценке рассуждений в олимпиадных работах, как правило, сначала дается ответ на принципиальный вопрос: являются они решением задачи (хотя, может быть, и с различными недостатками) или не являются (хотя, может быть, и содержат существенное продвижение в направлении решения). В первом случае оценка должна быть *не ниже 4*, во втором – *не выше 3*.

3. По проверке и оценке решений большинства задач мы даём *конкретные указания*. Они помещаются после наших решений и отмечены значком •. В случаях, не предусмотренных конкретными указаниями, оценка определяется по следующим общим правилам:

Оценка	*За что ставится*
7	Верное решение
6	Верное решение с небольшими недочетами
5	Решение в целом верно, но имеет заметные недочёты
4	Решение в основных чертах верно и выполнено более чем наполовину, но существенно неполно
3	Решение в целом отсутствует, но рассуждения содержат существенное продвижение в верном направлении
1-2	Решение в целом отсутствует, но содержит более или менее заметное продвижение в верном направлении
0	Решение полностью неверно или отсутствует

Решение, выполненное более чем наполовину, считается *существенно неполным*, если:

- ✓ содержит основные нужные идеи, но не доведено до конца;
- ✓ при верной общей схеме рассуждений явно или скрыто опирается на важные недоказанные утверждения, которые нельзя счесть известными или очевидными;
- ✓ состоит в разборе нескольких возможных случаев, и хотя бы один *существенный* случай упущен или разобран неверно;
- ✓ состоит из двух частей (например, доказательства необходимости и достаточности либо доказательства оценки и построения примера), из которых верно выполнена только одна, причём более сложная.

При расхождении между общими и конкретными указаниями применяются конкретные.

4. При оценке решений на олимпиаде учитываются *только их правильность, полнота и обоснованность*. Нельзя снижать оценку за «нерациональность» решения (кроме отдельных редких случаев, когда это прямо предусмотрено конкретными указаниями по проверке данной задачи). ***Ни при каких обстоятельствах нельзя снижать оценку за нетиповое оформление решения, исправления, помарки и т.п.***

5. Оценивая олимпиадные работы, следует отличать принципиальные (прежде всего — логические) ошибки от технических, каковыми являются, например, вычислительные ошибки в *не вычислительной* задаче (алгебраические ошибки в *вычислительной* задаче часто являются принципиальными). Технические ошибки, не искажающие логику решения, следует приравнивать к недочетам.

6. Мы постоянно ориентируем школьников на необходимость обоснования решений. Но при этом не следует требовать большего уровня строгости, чем принято в обычной школьной практике. Умение хорошо *догадываться* на олимпиаде должно цениться выше, чем умение хорошо изложить решение.

7. Ответ, найденный логическим путем, как правило, оценивается выше, чем найденный слепым подбором.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 5 КЛАССА

Задача 1. *Если Маша купит бублик, у неё останется 50 рублей, а если она захочет купить два бублика, то ей будет не хватать 50 рублей. Сколько денег у Маши? Объясните, как вы получили ответ.*

Ответ. 150 рублей. ***Решение.*** Если дать Маше ещё 50 рублей, то ей как раз хватит на два бублика, а после покупки первого бублика у нее останется 50+50 = 100 рублей. Значит, бублик стоит 100 рублей, а у Маши было 100+50 = 150 рублей.

- Ответ без объяснения — *3 балла*.

Задача 2. *В ряд записаны 20 единиц. Как вставить между некоторыми из них плюсы и минусы таким образом, чтобы после выполнения действий получилось 2020?*

Решение. Например, так: 1111–111+1111–111+11–1+11–1.

- Есть верный пример — *7 баллов*, нет примера — *0 баллов*.

Задача 3. *Однажды в комнате собрались Петя, Вася и Толя. Каждый из них либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Петя сказал: «Вася —лжец!» Вася сказал: «Петя —лжец!». Толя сказал: «И Петя лжец, и Вася лжец!» Сколько лжецов среди собравшихся? Ответ обоснуйте.*

Ответ. Два. ***Решение.*** Петя и Вася оба не могут быть лжецами, потому что тогда оба сказали бы правду. Значит, кто-то из них — пусть Петя — рыцарь. Тогда Вася — лжец, и он действительно сказал про Петю неправду. Аналогично, если Вася — рыцарь, то Петя — лжец. Толя же в любом случае сказал неправду. Таким образом, лжецов двое.

• Ответ без всякого объяснения — *1 балл*. Ответ с проверкой правильности, но без объяснения, почему другого количества лжецов быть не может — *2 балла*. Ответ с проверкой правильности и объяснением, почему среди собравшихся есть хотя бы один рыцарь, без дальнейшего содержательного продвижения — *3 балла*. Рассмотрен только конкретный пример распределения рыцарей и лжецов (например: Петя и Толя — лжецы, а Вася — рыцарь) — *0 баллов*.

Задача 4. *Таня и Маша ехали на велосипедах по асфальту с одной и той же постоянной скоростью, Таня —в километре впереди Маши. Потом им встретился километровый участок грунтовой дороги, где каждая из них ехала со вдвое меньшей скоростью, а за ним —двухсотметровый участок ремонтных работ, где каждая ехала со вчетверо меньшей скоростью, чем по асфальту. Затем до конца поездки Таня с Машей снова ехали по асфальту с той же скоростью, что и вначале. Каково было наименьшее расстояние между Таней и Машей во время этой поездки (когда обе они двигались)? Объясните ответ.*

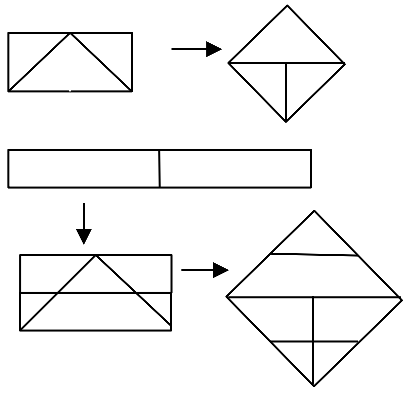
Ответ. 300 м. ***Решение.*** К моменту, когда Таня проехала по грунтовой дороге 500 м, Маша, двигаясь по асфальту со вдвое большей скоростью, подъехала к началу грунтовки. После этого их скорости снова уравнялись, и расстояние между Таней и Машей составляло 500 м, пока Таня не доехала до участка ремонтных работ. Тут её скорость ещё раз упала вдвое, и пока Таня преодолевала 200 м этого участка, Маша проехала по грунтовке 400 м и сократила расстояние до Тани до 300 м. После этого Таня выехала на асфальт, вчетверо ускорилась, и до конца поездки ехала быстрее Маши, пока Маша не выехала на асфальт, и с той же скоростью, что Маша, когда Маша добралась до асфальта. Поэтому меньше 300 м расстояние между ними никогда не было.

• Ответ без объяснения — *0 баллов*.

Задача 5. **а)** *Как разрезать прямоугольник со сторонами 1 см и 2 см на три части и сложить из них квадрат?*

б) *Как разрезать прямоугольник со сторонами 1 см и 8 см на шесть частей и сложить из них квадрат?*

Покажите на рисунках, как надо резать и как складывать. Картинки рисуйте по клеточкам.



Решение. Показано на рисунках справа (пункт а — верхние две картинки, пункт б — нижние три).

♦ Заметим, что второй шаг на нижней схеме дублирует верхнюю схему, то есть решение пункта а) служит подсказкой к пункту б).

• **а)** За верный пример — *2 балла*. **б)** За верный пример — *5 баллов*. Оценки за оба пункта суммируются.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 6 КЛАССА

Задача 1. *Лена родилась 1 января. Её возраст в 2020 году равен сумме цифр года её рождения. Сколько лет Лене? Постарайтесь не только найти ответ, но и объяснить, почему другие варианты не подходят.*

Ответ. 11 лет. ***Решение.*** 2009 год рождения подходит: 2009+2+0+0+9 = 2020. Очевидно, что Лене не больше, чем 1+9+9+9 = 28 лет, поэтому она не могла родиться раньше 1992 года. Проверяя все возможные годы рождения с 1992-го до 2019-го, убеждаемся, что другие варианты не подходят.

• За верный ответ *5 баллов, из оставшихся 2 баллов* оценивается объяснение, почему других ответов нет.

Задача 2. *Если Коля купит бублик и конфету, у него останется 50 рублей, а если он захочет купить два бублика и три конфеты, то ему будет не хватать 50 рублей. Докажите, что у Коли не больше 150 рублей.*

Решение. Если дать Коле ещё 50 рублей, то ему как раз хватит на два бублика и три конфеты, а после покупки бублика с конфетой у него остается 50+50 = 100 рублей. Значит, бублик и две конфеты стоят 100 рублей. Поэтому на бублик и конфету Коля потратил меньше 100 рублей, и 50 рублей у него осталось, откуда и вытекает утверждение задачи.

• Показано, что бублик и две конфеты стоят 100 рублей, дальнейшего содержательного продвижения нет — *3 балла*.

Задача 3. *Однажды в комнате собрались несколько человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Один из собравшихся сказал: «Среди нас не больше двух лжецов». Второй сказал: «Среди нас не меньше двух лжецов». Третий сказал: «Среди нас ровно два лжеца». Докажите, что в комнате было не меньше четырёх человек.*

Решение. Если в комнате всего не более одного лжеца, то второй и третий солгали, и в комнате не меньше двух лжецов — противоречие. Значит, в комнате не меньше двух лжецов, то есть второй — рыцарь. Если в комнате ровно два лжеца, то правду сказали все трое, и в комнате по крайней мере три рыцаря, а всего — не меньше пяти человек. Если в комнате три лжеца или больше, то всего в комнате не меньше четырех человек, так как второй — рыцарь.

• Показано, что в комнате есть рыцарь, дальнейшего содержательного продвижения нет — *2 балла*. Рассмотрен только конкретный пример распределения рыцарей и лжецов (например: первый и третий — лжецы, второй — рыцарь) — *0 баллов*.

Задача 4. *На клетчатой бумаге со стороной клетки 1 см закрасили фигуру, составленную из клеток. Может ли периметр закрашенной фигуры, измеренный в сантиметрах, быть в 5 раз больше её площади, измеренной в квадратных сантиметрах?*

Ответ. Не может. ***Решение.*** Разрежем фигуру на клеточки. При этом суммарная площадь клеточек будет равна площади фигуры, а суммарный периметр клеточек будет не меньше периметра фигуры. Но суммарная площадь k отдельных клеточек равна k кв. см, а их суммарный периметр — $4k$, что меньше, чем $5k$, откуда и вытекает ответ.

• Ответ «нет» без обоснования — *0 баллов*.

Задача 5. *Петя и Вася по очереди выписывают на доску натуральные числа, не превосходящие 100. Начинает Петя. Проигрывает тот, после хода которого на доске впервые появятся два одинаковых числа или два числа, отличающиеся на 40. Кто выиграет при правильной игре и как ему для этого надо играть?*

Ответ. Вася. ***Первое решение.*** Разобьём все числа от 1 до 100 на 20 троек: 1, 41, 81; 2, 42, 82, …, 20, 60, 100 и 20 пар: 21, 61; 22, 62; …, 40, 80. Получившиеся тройки и пары назовём *полями*. Запрет выписывать число, отличающееся на 40 от уже выписанного, теперь можно описать как запрет выписывать число, соседнее в своем поле с уже выписанным.

Пусть Вася произвольным образом разобьёт все поля на пары так, чтобы в парных полях было поровну чисел, и если Петя очередным ходом выписывает число из какого-то поля, то Вася следующим ходом выписывает такое же по счету число из парного поля (например, если Петя выписал второе число из тройки, то Вася выпишет второе число из парной тройки). Очевидно, при такой игре каждый раз после хода Васи в любых двух парных полях будут вычеркнуты одни и те же по счету числа. Поэтому если Петя сможет сделать свой очередной ход, не нарушив правил, то и Вася сможет, не нарушая правил, сделать ответный ход. Следовательно, Вася не проиграет, а так как не позднее 100-го хода игра закончится, то проиграет Петя.

Второе решение. Пусть Вася каждый раз после того, как Петя выпишет какое-то число a, выписывает дающее в сумме с Петиным 101. Достаточно проверить, что если Петя своим ходом не нарушил правил, то их не нарушит и Вася своим ответным ходом. Пусть Петя очередным ходом выписал число a. Тогда Вася должен выписать число $101–a$. Надо проверить, что оно не может совпадать с каким-то числом, выписанным ранее, или отличаться от него на 40. С числом a такое случиться не может, так как разность $(101–a)–a = 101–2a$ нечетна. Допустим, разность $(101–a)–b$ равна 0 или ± 40 для какого-то числа b, выписанного ранее, чем a. Но тогда равна 0 или ± 40 и разность $(101–b)–a$, и получается, что Петя уже проиграл.

• Ответ «Вася» без обоснования — *0 баллов*. Верный алгоритм без обоснования, если оно очевидно (например, как в нашем первом решении) — *7 баллов*, если не очевидно (например, как в нашем втором решении) — *4 балла*.

♦ Эта задача входит в цикл постепенно усложняющихся задач, включающий также задачи 5 для 7 и 8 классов и задачи 6 для 9 и 10 классов.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 7 КЛАССА

Задача 1. *В ряд записаны 20 единиц. Как вставить между некоторыми из них плюсы и минусы таким образом, чтобы после выполнения действий получилось 2020?*

Решение. Например, так: 1111–111+1111–111+11–1+11–1.

• Есть верный пример — *7 баллов*, нет примера — *0 баллов*.

Задача 2. *Положительную дробь, меньшую 1, перевернули и снова получили дробь. Какая из двух дробей ближе к единице: исходная или перевернутая?*

Ответ. Исходная. ***Решение.*** Пусть $\frac{a}{b}$ — исходная дробь. Так как она меньше 1, расстояние от неё до единицы равно $1-\frac{a}{b}=\frac{b-a}{b}$. Так как перевернутая дробь больше 1, расстояние от неё до единицы равно $\frac{b}{a}-1=\frac{b-a}{a}$. Осталось заметить, что $\frac{b-a}{a}>\frac{b-a}{b}$, так как по условию $a<b$.

Рассуждения на одном или нескольких числовых примерах: *0 баллов*.

Задача 3. *Таня и Маша ехали на велосипедах по асфальту с одной и той же постоянной скоростью, Таня — в километре впереди Маши. Потом им встретился километровый участок грунтовой дороги, где каждая из них ехала со вдвое меньшей скоростью, а за ним — двухсотметровый участок ремонтных работ, где каждая ехала со вчетверо меньшей скоростью, чем по асфальту. Затем до конца поездки Таня с Машей снова ехали по асфальту с той же скоростью, что и вначале. Каково было наименьшее расстояние между Таней и Машей во время этой поездки (когда обе они двигались)? Объясните ответ.*

Ответ. 300 м. ***Решение.*** См. решение задачи 4 для 5 класса.

• Ответ без объяснения — *0 баллов*.

Задача 4. **а)** *Как разрезать прямоугольник со сторонами 1 см и 2 см на три части и сложить из них квадрат?*

б) *Как разрезать прямоугольник со сторонами 1 см и 8 см на шесть частей и сложить из них квадрат?*

Покажите на рисунках, как надо резать и как складывать. Картинки рисуйте по клеточкам.

Решение. См. решение задачи 5 для 5 класса.

• **а)** За верный пример — *1 балл*. **б)** За верный пример — *6 баллов*. Оценки за оба пункта суммируются.

Задача 5. *Петя и Вася по очереди выписывают на доску натуральные числа, не превосходящие 101. Начинает Петя. Проигрывает тот, после хода которого на доске впервые появятся два одинаковых числа или два числа, отличающиеся на 40. Кто выиграет при правильной игре и как ему для этого надо играть?*

Ответ. Петя. ***Решение.*** Разобьём все числа от 1 до 101 на 21 тройку: 1, 41, 81; 2, 42, 82, …, 21, 61, 101 и 19 пар: 22, 62; …, 40, 80. Получившиеся тройки и пары назовём *полями*. Запрет выписывать число, отличающееся на 40 от уже выписанного, теперь можно описать как запрет выписывать число, соседнее в своем поле с уже выписанным.

Пусть первым ходом Петя выпишет на доску число 1. Назовём поле (1, 41, 81) и все поля, состоящие из двух чисел, *короткими*. В каждое из 20 коротких полей можно сделать только один ход. Остальные 20 полей назовём *длинными*.

Дальше Петя будет играть так: произвольным образом разобьёт все длинные поля на 10 пар, и если Вася выписывает m-ое по счету число из какого-либо длинного поля, то Петя выписывает m-ое по счету число из парного поля. Если же Вася сходил в короткое поле, Петя отвечает ходом в любое свободное короткое поле. Очевидно, при такой игре каждый раз после хода Пети будет оставаться четное число коротких полей, в которые ещё можно ходить, а в любых двух парных длинных полях будут вычеркнуты одни и те же по счету числа. Поэтому если Вася сможет сделать свой очередной ход, не нарушив правил, то и Петя сможет, не нарушая правил, сделать ответный ход. Следовательно, Петя не может проиграть, а так как не позднее 101-го хода игра закончится, то проиграет Вася.

• Ответ «Петя» без обоснования — *0 баллов*. Верный алгоритм без обоснования, если оно очевидно (например, как в нашем решении) — *7 баллов*, если не очевидно— *4 балла*.

♦ Эта задача входит в цикл, включающий также задачи 5 для 6 и 8 классов и задачи 6 для 9 и 10 классов.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 8 КЛАССА

Задача 1. *Петя родился 1 января. Его возраст в 2019 году был равен сумме цифр года его рождения. В каком году мог родиться Петя? Укажите все возможности.*

Ответ. В 1995-ом или в 2013-ом. ***Решение.*** Оба ответа подходят: 1995+1+9+9+5 = 2013+2+0+1+3 = 2019. Очевидно, что Пете не больше 1+9+9+9 = 28 лет, поэтому он не мог родиться раньше 1991 года. Проверяя все возможные годы рождения с 1991-го до 2018-го, убеждаемся, что другие варианты не подходят.

• Только один ответ из двух — *1 балл*. Оба ответа без обоснования, почему другие ответы не подходят — *4 балла, из оставшихся 3 баллов* оценивается обоснование.

Задача 2. *Велосипедисты Андрей, Борис и Виктор одновременно, из одной точки и в одном направлении стартовали по кольцевой дороге. Каждый из них ехал с постоянной скоростью, причем у разных велосипедистов скорости были различными. Андрей впервые перегнал Бориса, проехав ровно четыре круга, а Виктора — проехав ровно пять кругов. Сколько кругов проехал Виктор к моменту, когда он впервые обогнал Бориса?*

Ответ. 16. ***Решение.*** Пусть Андрей едет со скоростью $20v$. В момент, когда он, проехав 4 круга, впервые перегнал Бориса, тот проехал 3 круга. Поэтому скорость Бориса составляет 3/4 скорости Андрея, то есть $15v$. В момент, когда Андрей, проехав 5 кругов, впервые перегнал Виктора, тот проехал 4 круга. Поэтому скорость Виктора равна 4/5 скорости Андрея, то есть $16v$. Таким образом, скорость Бориса составляет 15/16 от скорости Виктора, и потому Виктор впервые обгонит Бориса, проехав 16 кругов (Борис к этому моменту проедет 15 кругов).

• Ответ без обоснования — *0 баллов*. При верном ходе решения из-за арифметической ошибки получился неверный ответ: *не более 4 баллов*.

Задача 3. *Медиана треугольника делит одну из его высот в отношении 2:1, считая от вершины. Докажите, что этот треугольник — равнобедренный.*

Первое решение. Пусть ABC — данный треугольник, O — точка пересечения его медианы AM и высоты BH и $BO = 2OH$. В треугольнике AOH проведем среднюю линию $PQ \parallel AH$, а на высоте BH отметим такую точку N, что $ON = OQ$. Так как $NH = NO+OH = OQ+OH = 3OH/2 = BH/2$, точка N лежит на средней линии треугольника ABC, откуда $MN \parallel AC \parallel PQ$. Следовательно, $\angle PQO = \angle MNO$, и треугольники NOM и QOP равны по стороне и двум углам. Отсюда $MO = OP = PA$ и $AO = AP+PO = 2OM$. Таким образом, точка O является точкой пересечения медиан треугольника ABC и высота BH является медианой, откуда и вытекает утверждение задачи.

Второе решение. В обозначениях, введенных в первом решении, проведем медиану BS. Допустим, она не совпадает с BH. Обозначим через K точку пересечения AM и BS. Тогда $BK/BS = BO/BH = 2/3$. Следовательно, треугольник KBO подобен треугольнику SBH, откуда следует, что прямые KO и SH параллельны. Но это невозможно, так как KO совпадает с AM, а SH — с AC.

Задача 4. *Игорь нарисовал на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 см архипелаг, в котором каждый остров имеет форму многоугольника, составленного из клеток, и разные острова не имеют общих точек. Может ли отношение суммарной длины береговой линии всех островов к их суммарной площади равняться:* ***а)*** *5;* ***б)*** *3,99?*

Ответ. а) Не может. б) Может. ***Решение.*** а) См. решение задачи 4 для 6 класса. б) Таков, например, архипелаг из 198 одноклеточных островов и одного двухклеточного.

• Пункт а) оценивается *из 4 баллов*, пункт б) — *из 3 баллов*, оценки за решения обоих пунктов суммируются.

♦ См. также задачи 5 для 9 и 10 классов.

Задача 5. *Петя и Вася по очереди выписывают на доску натуральные числа, не превосходящие 200. Начинает Петя. Проигрывает тот, после хода которого на доске впервые появятся два одинаковых числа или два числа, отличающиеся на 47. Кто выиграет при правильной игре: тот, кто выписывает первое число, или его соперник, и как ему для этого надо играть?*

Ответ. Вася. ***Решение.*** Разобьём все числа от 1 до 200 на 47 арифметических прогрессий с разностью 47 (будем называть их *полями*): 1, 48, 95, 142, 189; 2, 49, 96, 143, 190; …; 12, 59, 106, 153, 200; 13, 60, 107, 154; …; 47, 94, 141, …, 188. Так как $200 = 47 \cdot 4 + 12$, каждое из первых 12 полей будет иметь длину 5 (назовем эти поля *длинными*), а каждое из остальных 35 — длину 4 (назовем эти поля *короткими*). Отметим, что запрет выписывать число, отличающееся на 47 от уже выписанного, теперь можно описать как запрет выписывать число, соседнее в своем поле с уже выписанным.

Заметим, что на любой ход Пети в короткое поле Вася может ответить ходом в то же поле, и дальнейшие ходы в это поле станут невозможны. Пусть Вася так и делает. Длинные же поля пусть Вася произвольным образом разобьет на 6 пар, и если Петя выписывает на доску m-ое по счету число из длинного поля, Вася выписывает m-ое число из парного поля.

При такой игре после хода Васи в каждом длинном поле будут выписаны те же по счету числа, что и в парном ему поле, а в каждое короткое поле сделано либо два хода, либо ни одного. Поэтому если Петя сможет сделать ход, то сможет сделать ход и Вася, а так как в этой игре можно сделать не более 200 ходов, то Петя проиграет.

• Ответ «Вася» без обоснования — *0 баллов*. Верный алгоритм без обоснования, если оно очевидно (например, как в нашем решении) — *7 баллов*, если нет— *4 балла*.

♦ Эта задача входит в цикл, включающий также задачи 5 для 6 и 7 классов и задачи 6 для 9 и 10 классов.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 9 КЛАССА

Задача 1. *Машина ехала три часа. В пути она сделала одну остановку, а остальное время двигалась с одной и той же скоростью (временем на торможение и разгон пренебрегаем). За первый час она проехала 90 км, за второй — 60 км, за третий — 45 км. Сколько минут длилась остановка?*

Ответ. 50 минут. ***Решение.*** Если бы остановка началась в первый час поездки, она закончилась бы не позже конца второго часа — иначе весь второй час машина стояла бы. Но тогда за третий час машина проехала бы не меньше, чем за первый, а это не так. Значит, машина весь первый час ехала, и ее скорость составляла 90 км/ч. Так как за второй и третий часы машина проехала 105 км, а не останавливаясь проехала бы 180 км, она стояла столько времени, сколько нужно, чтобы проехать 75 км со скоростью 90 км/ч, то есть 75/90 = 5/6 часа = 50 минут.

• Ответ без обоснования — *2 балла*. Без объяснения используется, что остановка не затрагивала первый час поездки — *штраф в 2 балла*.

Задача 2. *Для каждых двух из трех данных натуральных чисел a, b и c нашли их НОД и НОК, после чего шесть найденных чисел сложили. Подберите числа a, b и c так, чтобы полученная сумма оказалась равной 2020.*

Решение. Приведем один из возможных вариантов решения. Положим $a = b = 1$. Тогда НОД(a, b) = НОД(a, c) = НОД(b, c) = НОК(a, b) = 1 и НОК(a, c) = НОК(b, c) = c. Решая уравнение $4+2c = 2020$, получаем $c = 1008$. Есть и другие искомые тройки, например, $a = b = 2$, $c = 1006$.

• Приведен верный пример — *7 баллов*, отсутствие объяснения того, как он был найден, *оценки не снижает*.

Задача 3. *Из n одинаковых кубиков сложили куб. Затем этот куб разобрали и из части кубиков сложили новый куб. При этом остался 271 неиспользованный кубик. Чему могло равняться n (найдите все возможности)?*

Ответ. $n = 1000$. ***Решение.*** Из условия следует, что $n = k^3$, где k — сторона исходного куба. Допустим, что сторона нового куба равна $k–s$. Тогда по условию имеем $271 = k^3–(k–s)^3 = s(k^2+k(k–s)+(k–s)^2)$. Так как число 271 — простое, а сумма в скобках больше 1, имеем $s = 1$, откуда $k^2+k(k–1)+(k–1)^2 = 3k^2–3k+1 = 271 \Leftrightarrow 3k^2–3k–270 = 0$. Решая получившееся квадратное уравнение, находим единственный положительный корень $k = 10$, откуда $n = 1000$.

• Только ответ 1000 — *1 балл*. Ответ с проверкой его правильности без объяснения, почему других ответов нет — *2 балла*.

Задача 4. *На стороне BC треугольника ABC выбрана точка K. Отрезок AK пересекает медиану BM в такой точке N, что AN = BC. Докажите, что BK = KN.*

Решение. Отложим на луче BM за точку M отрезок $MD = BM$. Треугольники AMD и CMB равны ($MA = MC$, $MD = MB$, $\angle AMD = \angle CMB$), откуда $AD = BC = AN$ и $\angle KBM = \angle MDA = \angle AND = \angle BNK$. Таким образом, в треугольнике BKN углы, прилежащие к стороне BN, равны, откуда и вытекает утверждение задачи.

Задача 5. *Игорь нарисовал на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 см архипелаг, в котором каждый остров имеет форму многоугольника, составленного из клеток, и разные острова не имеют общих точек. Оказалось, что общая площадь архипелага равна 100 кв. см, а общая длина береговой линии — 300 см. Докажите, что в архипелаге не более 74 островов.*

Решение. Вырежем из бумаги все острова. Выберем один из них и отрежем от него левую верхнюю клетку. Будем повторять эту операцию до тех пор, пока острова не распадутся на 100 отдельных клеточек. Общая длина береговой линии будет в этот момент равна 400. Заметим, что при отрезании левой верхней клетки суммарный периметр островов увеличивается не более чем на 4. Таким образом, мы должны будем проделать эту операцию не меньше (400–300)/4 = 25 раз, то есть островов было не больше 75. Но последнее отрезание делается от прямоугольника 1x2 и увеличивает суммарный периметр только на 2. Поэтому отрезаний будет больше 25, а островов — не больше 74.

• Доказано, что в архипелаге не более 75 островов, оценка 74 не доказана — *3 балла*. Использована процедура отрезания клеточек, не гарантирующая, что длина береговой линии каждый раз увеличивается не более чем на 4 — *не более 1 балла* (как правило — *0 баллов*).

♦ См. также задачи 4 для 6 и 8 класса и задачу 5 для 10 класса.

Задача 6. *Таня и Маша по очереди выписывают на доску натуральные числа, не превосходящие 1000, причем число 13 выписывать нельзя. Начинает Таня. Проигрывает та девочка, после хода которой на доске впервые появятся два одинаковых числа или два числа, отличающиеся на 17. Кто из девочек выиграет при правильной игре, и как ей для этого надо играть?*

Ответ. Таня. ***Решение.*** Разобьём все числа от 1 до 1000 на 17 арифметических прогрессий с разностью 17 (будем называть их *полями*): 1, 18, 35, …, 987; 2, 19, 36, …, 988; …; 12, 29, 46, …, 998; 30, 47, …, 999; 14, 31, 48, …, 1000; 15, 32, 49, …, 984; …; 17, 34, 51, …, 986. Так как $1000 = 17\cdot58+14$, каждое из первых 12 полей и 14-е поле будут иметь длину 59 (назовем эти поля *длинными*), а каждое из остальных четырех (в том числе то, где отсутствует запрещенное число 13) — длину 58 (назовем эти поля *короткими*). Отметим, что запрет выписывать число, отличающееся на 17 от уже выписанного, теперь можно описать как запрет выписывать число, соседнее в своем поле с уже выписанным.

Пусть Таня предварительно разобьет все короткие поля на две пары и все длинные поля, кроме первого, на 6 пар. Первым ходом Таня выпишет на доску среднее число первого длинного поля: $1+17\cdot29$, а дальше играет так. Если Маша выписала на доску число $a = 1+17k$ из первого длинного поля, Таня выписывает число $1+17\cdot(58–k)$ из того же поля. Если же Маша выписала m-ое по счету число из любого другого поля, Таня выписывает m-ое число из парного поля.

Заметим, что при такой игре Тани после каждого ее хода в каждом поле, кроме первого длинного, будут выписаны те же по счету числа, что и в парном ему поле. В первом же длинном поле после каждого хода Тани набор из всех использованных чисел будет симметричен относительно среднего числа. Поэтому если Маша смогла сделать свой очередной ход, не нарушив правил, то и Таня сможет, не нарушая правил, сделать ответный ход. Следовательно, Таня не может проиграть, а так как не позднее 999-го хода игра закончится, то проиграет Маша.

• Ответ «Таня» без обоснования — *0 баллов*. Верный алгоритм без обоснования, если оно очевидно — *7 баллов*, если не столь очевидно — *от 4 до 6 баллов*, в зависимости от сложности обоснования.

♦ Эта задача входит в цикл, включающий также задачи 5 для 6–8 классов и задачу 6 для 10 класса.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 10 КЛАССА

Задача 1. *Имеется положительная дробь, меньшая 1. Ее перевернули и снова получили дробь. Какая из двух дробей ближе к единице: исходная или перевернутая?*

Решение. См. решение задачи 2 для 7 класса.

Рассуждения на одном или нескольких числовых примерах: *0 баллов*.

Задача 2. *На сторонах AB и BC треугольника ABC выбрали точки D и E соответственно. Отрезки AE и CD пересекаются в точке M. Оказалось, что AM = 2ME и CM = 2MD. Докажите, что AE и CD — медианы треугольника ABC.*

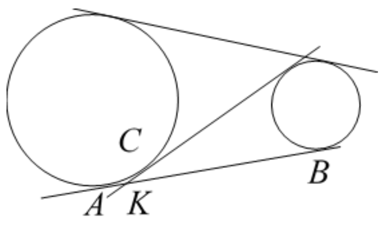
Решение. Из условия следует, что треугольник EMD подобен треугольнику AMC с коэффициентом 1/2. Поэтому $DE = AC/2$ и $\angle DEA = \angle EAC$. Из равенства углов следует, что $DE \parallel AC$. Значит, треугольник BDE подобен треугольнику BAC с коэффициентом $DE/AC = 1/2$, откуда вытекает, что точки D и E — середины сторон BA и BC треугольника ABC, что и требовалось доказать.

Задача 3. *У школьника 10 учебных предметов. Средний балл годовых оценок составляет 4,6. Сколько у него пятерок, четверок и троек, если известно, что есть все эти оценки, а двоек нет? Укажите все возможные варианты.*

Ответ. Одна тройка, две четверки и семь пятерок. ***Первое решение***. Пусть школьник получил a троек, b четверок и c пятерок. Тогда по условию $a+b+c = 10$ и $3a+4b+5c = 46$. Вычитая из второго равенства утроенное первое, получаем $b+2c = 16$, откуда $c = 16-(b+c) = 16-(10-a) = 6+a \geq 7$. С другой стороны, $b+2c = 16 \Rightarrow c = 8-b/2$, откуда $c \leq 7$. Таким образом, $c = 7$, $b = 16-2\cdot 7 = 2$, $a = 10-b-c = 1$. ***Второе решение***. Уберем одну тройку, одну четверку и одну пятерку, которые по условию есть. Останется 7 отметок общей суммой 46–3–4–5 = 34. Очевидно, эту сумму мы можем набрать только шестью пятерками и одной четверкой, откуда и получаем ответ.

• Ответ без обоснования: *1 балл*.

Задача 4. *Верно ли, что для любых двух непересекающихся кругов на плоскости найдется такая точка, лежащая вне этих кругов, что любая проходящая через неё прямая пересекает хотя бы один из кругов?*



Ответ. Верно. ***Решение.*** Пусть одна из общих внешних касательных касается первого и второго кругов в точках A и B соответственно, а одна из общих внутренних касательных касается первого круга в точке C так, как показано на рисунке. Тогда искомой будет любая точка M внутри криволинейного треугольника AKC, где K — точка пересечения внешней и внутренней касательных. В самом деле, любая проходящая через точку M прямая пересекает либо отрезок AC, а вместе с ним и первый круг, либо отрезок CB, а вместе с ним и второй круг.

• Ответ «верно» без обоснования — *0 баллов*. Верно указана искомая точка, обоснования того, что она подходит, нет — *5 баллов*.

Задача 5. *Игорь нарисовал на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 см архипелаг, в котором каждый остров имеет форму многоугольника, составленного из клеток, и разные острова не имеют общих точек. Оказалось, что общая площадь архипелага равна 100 кв. см, а общая длина береговой линии — 300 см. Докажите, что в архипелаге не менее 50 островов.*

Решение. Вырежем из бумаги все острова. Выберем один из них и отрежем от него левую верхнюю клетку. Будем повторять эту операцию до тех пор, пока острова не распадутся на 100 отдельных клеточек. Общая длина береговой линии будет в этот момент равна 400. Заметим, что при отрезании левой верхней клетки суммарный периметр островов увеличивается на 2 или на 4. При этом если он увеличивается на 2, то мы отрезали клетку по одной стороне, и число островов (с учетом отрезанной клетки) увеличилось на 1, а если он увеличивается на 4, то мы отрезали клетку по двум сторонам, и число островов увеличилось на 2 (если исходный остров распался на отрезанную клетку и ещё две части, примыкающие к ней по отрезанным сторонам) или на 1. Таким образом, суммарное увеличение количества островов при выполнении описанного алгоритма не превосходит количества разрезов, проведенных по сторонам клеток, а это количество равно (400–300)/2 = 50, так как каждый разрез по стороне клетки увеличивает суммарный периметр островов на 2. Поскольку в конце островов стало 100, в начале их было не меньше 50.

• Использована процедура отрезания клеточек, не гарантирующая, что длина береговой линии каждый раз увеличивается не более чем на 4 — *0 баллов*.

♦ См. также задачи 4 для 6 и 8 класса и задачу 5 для 9 класса.

Задача 6. *Петя и Вася по очереди выписывают на доску натуральные числа, не превосходящие 333. Начинает Петя. Проигрывает тот, после хода которого на доске впервые появятся два одинаковых числа или два числа, отличающиеся на 40. Кто выиграет при правильной игре и как ему для этого надо играть?*

Ответ. Петя. ***Решение.*** Разобьём все числа от 1 до 333 на 40 арифметических прогрессий с разностью 40 (будем называть их *полями*): 1, 41, …, 321; 2, 42, …, 322; …; 13, 53, …, 333; 14, 54, …, 294; …; 40, 80, …, 320. Так как $333 = 40\cdot 8+13$, каждое из первых 13 полей будет иметь длину 9 (назовем эти поля *длинными*), а каждое из остальных 27 — длину 8 (назовем эти поля *короткими*). Отметим, что запрет выписывать число, отличающееся на 40 от уже выписанного, теперь можно описать как запрет выписывать число, соседнее в своем поле с уже выписанным.

Лемма. *На поле длины 8 выигрывает тот, кто ходит вторым*. Доказательство. Пронумеруем числа поля по порядку: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Ответные ходы второго на первый ход первого таковы: на 1 – 3, на 2 – 6, на 3 – 1, на 4 – 8, на 5 – 1, на 6 – 2, на 7 – 3, на 8 – 4. Легко проверить, что после этого в каждом случае можно сделать еще ровно два хода, и потому второй игрок побеждает.

Стратегия Пети такова. Первым ходом он выписывает среднее число одного из длинных полей (назовем это поле *особым*), а остальные длинные произвольным образом разбивает на пары. Далее на всякий ход Васи в особое поле он отвечает ходом в то же поле, симметричным относительно его среднего числа, а если Вася выписал m-ое по счету число из любого другого длинного поля, Петя выписывает m-ое число из парного поля. На каждом же из коротких полей Петя, когда Вася делает туда ход, играет с ним в качестве второго так, как описано в доказательстве леммы.

Нетрудно убедиться, что при такой игре Пети если Вася смог сделать ход, то и Петя сможет сделать полагающийся по алгоритму ход. Поэтому Петя не может проиграть, а так как в этой игре можно сделать не более 333 ходов, то проиграет Вася.

• Ответ «Петя» без обоснования — *0 баллов*. Верный алгоритм без обоснования, если оно очевидно — *7 баллов*, если не столь очевидно — *от 4 до 6 баллов*, в зависимости от сложности обоснования.

♦ Это самая сложная задача цикла, включающего также задачи 5 для 6–8 классов и задачу 6 для 9 класса.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 11 КЛАССА

Задача 1. *Найдутся ли такие натуральные числа a и b, что НОК(a, b)+НОД(a, b) = 2020?*

Ответ. Найдутся. ***Решение.*** Например, 1 и 2019.

• Приведен верный пример — *7 баллов*, отсутствие объяснения того, как он был найден, *оценки не снижает*. Нет примера — *0 баллов*.

Задача 2. *Пусть $f(x) = ax+b$, где a и b — целые числа. Найдите a и b, если $f(f(\ldots f(x)\ldots) = 343x+57$. (В левой части равенства функция $f(x)$ применяется некоторое конечное число раз, большее одного).*

Ответ. $a = 7$, $b = 1$. ***Решение.*** Нетрудно убедиться, что

$$f(f(\ldots f(x)\ldots) = a^n x+b(a^{n-1}+a^{n-2}+\ldots+a+1),$$

если в левой части этого равенства функция f применяется n раз. Поскольку $343 = 7^3$ и показатель степени в этом равенстве — простое число, имеем $a = 7$, $n = 3$. Отсюда $b(7^2+7+1) = 57$ и $b = 1$.

• Только ответ: без проверки — *0 баллов*, с проверкой — *1 балл*. Найдено n, дальнейшего содержательного продвижения нет — *1 балл*. При верном ходе решения ответ искажён из-за ошибок в вычислениях — *3 балла*. Формулой для $f(f(\ldots f(x)\ldots)$ можно пользоваться без формального обоснования.

Задача 3. *Графики трёх линейных функций являются продолжениями сторон равностороннего треугольника. Докажите, что среди этих функций найдется такая, угловой коэффициент которой больше 1/2.*

Решение. Проведем через начало координат прямые с теми же угловыми коэффициентами. Они поделят полный угол на углы по 60°, и потому хотя бы одна из них проходит через первую четверть. Если она образует с осью абсцисс угол, больший 30°, то ее угловой коэффициент больше 1/2. В противном случае она образует с осью абсцисс угол, меньший 30° (ровно 30° быть не может, так как тогда следующая против часовой стрелки прямая будет совпадать с осью ординат, которая не является графиком линейной функции), и следующая против часовой стрелки прямая тоже проходит через первую четверть и образует с осью абсцисс угол, не меньший 60°, так что подойдет она.

• «Решение примером» — *0 баллов*.

Задача 4. *На стороне BC треугольника ABC выбрана точка K. Отрезок AK пересекает медиану BM в такой точке N, что AN = BC. Докажите, что BK = KN.*

Решение. См. решение задачи 4 для 9 класса.

Задача 5. *Таня и Маша по очереди выписывают на доску натуральные числа, не превосходящие 1000, причем число 13 выписывать нельзя. Начинает Таня. Проигрывает та девочка, после хода которой на доске впервые появятся два одинаковых числа или два числа, отличающиеся на 17. Кто из девочек выиграет при правильной игре, и как ей для этого надо играть?*

Решение. См. решение задачи 6 для 9 класса.

• Ответ «Таня» без обоснования — *0 баллов*. Верный алгоритм без обоснования, если оно очевидно — *7 баллов*, если не столь очевидно — *от 4 до 6 баллов*, в зависимости от сложности обоснования.

Задача 6. *Исходно на доске написано одно нецелое положительное число. За одну операцию можно записать на доску квадрат одного из записанных на доске чисел либо неотрицательную разность двух записанных на доске чисел. При этом запрещается записывать на доску число, которое там уже есть. Докажите, что такими операциями можно получить на доске положительное число, меньшее 1.*

Решение. Пусть на доске есть положительное число x. Запишем число x^2 и вычтем из него $[x]$ раз число x. Получим $x^2–x[x] = x\{x\}$. Таким образом, мы вместе со всяким числом можем записать произведение этого числа на его дробную часть.

Запишем на доске последовательность $\{x_n\}$, где $x_0 = x$, а $x_{n+1} = x_n\{x_n\}$ при всех $n \geq 0$. Если в ней есть целое число, то следующее за ним будет нулем, и все доказано. В противном случае $0 < \{x_n\} < 1$ при любом n, и наша последовательность монотонно убывает. Кроме того, она ограничена снизу нулём. Значит, у нее есть предел y.

Допустим, $y \geq 1$. Зафиксируем произвольное число q, большее $\{y\}$, но меньшее 1. Начиная с некоторого номера k все $\{x_n\}$ станут меньше q. Поэтому для любого $n > k$ будет выполнено неравенство $x_n < x_kq^{n–k}$. Но $x_kq^{n–k}$ с ростом n стремится к 0, и в некоторый момент станет меньше y, а все x_n не меньше y. Противоречие. Значит, $y < 1$, и все x_n с какого-то места становятся меньше 1, из чего и следует утверждение задачи.

• Показано, что вместе со всяким числом можем записать произведение этого числа на его дробную часть, дальнейшего содержательного продвижения нет — *1 балл*.

ИСТОЧНИКИ И АВТОРЫ ЗАДАЧ

Олимпиада ХМАО, муниципальный этап, 2014/15 уч. год: 7.2 = 10.1

63-я математическая олимпиада Республики Молдова: 9-4 = 11-4

Интернет-олимпиада ИТМО 2011/12 г.: 11-2

Фольклор: 6-1, 8-1, 8-2, 9-2, 9-3, 10.2–10.4, 11-1

И. Рубанов, О. Старостина: 9-6 = 11.5

Остальные задачи составлены И.С. Рубановым специально для этой олимпиады.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Информация о победителях и призерах областной олимпиады 2019/20 г.

ДИПЛОМ I СТЕПЕНИ: *Михаил Муравьев* (КФМЛ, 7 кл.), *Вадим Пупышев*, *Кирилл Тихонов* (оба — КФМЛ, 8 кл.), *Александр Гнусов* (КФМЛ, 8 кл. — за 9 кл.), *Сергей Дружков* (КФМЛ, 10 кл.), *Артем Савельев* (КФМЛ, 11 кл.).

ДИПЛОМ II СТЕПЕНИ: *Юлия Баженова* (КЭПЛ, 7 кл.), *Алина Грель* (КФМЛ, 7 кл.), *Дмитрий Суевалов*, *Павел Усатов* (оба — КФМЛ, 8 кл.), *Денис Зорин* (КФМЛ, 9 кл.), *Марина Ожегова*, *Олег Чурин* (оба — КФМЛ, 10 кл.), *Александр Наговицын* (Кирово-Чепецк, лицей, 10 кл.), *Дмитрий Волянский*, *Егор Курагин* (оба — КФМЛ, 11 кл.).

ДИПЛОМ III СТЕПЕНИ: *Иван Девятьяров*, *Андрей Маточкин*, *Егор Нелюбин*, *Ярослав Шубин* (все — КФМЛ, 7 кл.), *Никита Паюсов* (Киров, лицей 21, 8 кл.), *Александр Ившин*, *Владимир Урванцев* (оба — КФМЛ, 8 кл.), *Анна Казанцева* (Киров, школа 47, 9 кл.), *Алена Микрюкова*, *Матвей Назаров*, *Данил Панкратов*, *Екатерина Рязанова*, *Егор Загоскин*, *Левкий Яговкин* (все — КФМЛ, 9 кл.), *Даниил Деветьяров* (Киров, Лингвистическая гимназия, 10 кл.), *Александр Смирнов*, *Андрей Кривошеев* (оба — КФМЛ, 10 кл.), *Алексей Чулков* (Киров, школа 56, 10 кл.), *Михаил Малофеев*, *Михаил Курилов* (оба — КФМЛ, 11 кл.).

ПОХВАЛЬНАЯ ГРАМОТА: *Мария Бикметова*, *Мария Бякова*, *Никита Жуков*, *Кира Соловьева* (все — КФМЛ, 7 кл.), *Никита Назмиев* (Киров, ЛИнТех № 28, 7 кл.), *Христиан Медведев* (Зуевка, зуевская школа, 7 кл.), *Андрей Володин* (Киров, школа 56, 7 кл.), *Арсений Черанев*, *Михаил Зорин*, *Иван Малашенков*, *Григорий Кононов*, *Данила Куимов*, *Анастасия Сиротина*, *Иван Гребенкин* (все —

КФМЛ, 8 кл.), *Софья Зиновьева* (КЛЕН, 8 кл.), *Варвара Прозорова, Вячеслав Казаков, Григорий Попов, Алексей Ткачев, Глеб Хитрин, Андрей Шулятьев, Мария Скопкарева* (все — КФМЛ, 9 кл.), *Анастасия Барышева, Ксения Головина* (обе — КФМЛ, 11 кл.).

ПРИЛОЖЕНИЕ 2: ХРОНИКА (октябрь 2019 – ноябрь 2020)

25 – 27 октября: В Казани состоялся турнир математических игр имени А.П. Нордена. Участвовало онлайн 10 кировских команд. Команда «Киров 6-1» завоевала диплом I степени, команда «Киров 6-2» — диплом II степени, команды «Киров 5-2», «Киров 6-4» и «Киров 6-5» — дипломы III степени.

5 – 12 ноября. В Казане прошёл LIV Уральский турнир юных математиков. Участвовало 100 команд, представлявшие 30 городов России. Команда «Киров-8» заняла 2 место в высшей лиге старшей группы, команда «Киров-7» — 1 место во второй лиге младшей группы, команды «Киров-6-1» и «Киров-6-2» — соответственно 3 и 4 места в первой лиге группы «Старт».

7 – 14 декабря. В Ижевске состоялся XXIII Кубок памяти А.Н. Колмогорова. Участвовали 52 команды, представлявшие 24 город России. Команда «Киров 10-11» заняла 2 место в первой лиге старшей группы, команда «Киров-9» заняла 8 место в высшей лиге младшей группы.

24 – 26 января. В Казани состоялся турнир математических игр имени П.А. Широкова. 12 команд кировчан участвовали в этом турнире онлайн. Команда «Киров 5-1» завоевала диплом II степени, команды «Киров 4-1», «Киров 4-2», «Киров 5-3», «Киров 5-5» и «Киров 6-5» — дипломы III степени.

14 – 20 февраля. LV Уральский (XXVIII Кировский) турнир юных математиков. Участвовало 90 команд, представлявшие 28 городов России. Команда «Киров 8-1» заняла 3 место в высшей лиге старшей группы, команда «Киров 8-2» — 7 место в первой лиге старшей группы, команда «Киров 8-3» поделила 7-9 места во второй лиге старшей группы, команда «Киров 7-1» заняла 8 место в высшей лиге младшей группы, команда «Киров 7-2» поделила 2-3 места во второй лиге младшей группы, команды «Киров 6-1» и «Киров 6-2» заняли 2 и 6 места соответственно в первой лиге группы «Старт», команды «Киров 5-2» — 7 место в третьей лиге A группы «Старт», «Киров 5-1» и «Киров 6-3» — 6 и 7 места соответственно в третьей лиге C группы «Старт».

9 февраля (для 6-8 кл.) и 1 марта (для 9-11 кл.). Санкт-Петербургская городская математическая олимпиада. 9 февраля эта олимпиада для кировчан проводилась под руководством члена её жюри Сергея Берлова непосредственно в Кирове, ученики 9-11 классов 1 марта соревновались в Санкт-Петербурге. 36 кировчан награждены дипломами и похвальными отзывами: *Александр Гнусов, Сергей Дружков, Артем Савельев* — дипломами II степени, *Михаил Муравьев, Алина Грель, Иван Девятьяров, Илья Таланкин* (КФМЛ, 7 кл.), *Дмитрий Волянский* — дипломами III степени, *Александр Бяков, Иван Киселев, Глеб Костицын, Александр Саетов* (все — КФМЛ, 6 кл.), *Мария Бикметова, Егор Курагин, Михаил Малофеев* — похвальными отзывами I степени, *Полина Баранова* (Киров, ЛИнТех № 28, 6 кл.), *Всеволод Поскребышев* (Киров, школа 47, 6 кл.), *Людмила Ашихмина, Владимир Коньшев, Анна Рашева, Сергей Суровцев, Игорь Чебыкин* (все — КФМЛ, 6 кл.), *Андрей Маточкин, Егор Нелюбин, Полина Усольцева* (КФМЛ, 7 кл.), *Михаил Шихалеев* (КФМЛ, 7 кл.), *Ярослав Шубин, Михаил Зорин, Александр Ившин, Данила Куимов, Никита Паюсов, Вадим Пупышев, Анастасия Сиротина, Дмитрий Суевалов, Кирилл Тихонов, Арсений Черанев* — похвальными отзывами II степени.

16 апреля. 9921 учащийся из Кировской области участвует в международном математическом конкурсе-игре «Кенгуру-2020».

24 – 27 марта состоялся заключительный этап XII олимпиады имени Леонарда Эйлера, проведённой для восьмиклассников России Кировским ЦДООШ и Московским Центром непрерывного математического образования. В нём приняли участие 243 учащихся 4-8 классов, в том числе 9 кировчан. *Александр Гнусов* и *Дмитрий Суевалов* завоевали дипломы III степени, *Кирилл Тихонов* и *Павел Усатов* награждены похвальными грамотами.

3 – 23 июля. XXXVI Летняя многопредметная школа Кировской области. В ней обучался 71 учащийся, среди которых 58 математиков, из Кирова и области. Иногородних участников из-за запрета, связанного с пандемией ковида, в этой ЛМШ не было.

25 октября состоялась онлайн игра «Математический кросс», в которой приняли участие 548 пятиклассников из Кирова и области.

1 ноября состоялась онлайн игра «Математическое многоборье». В ней приняло участие 396 шестиклассников из Кирова и области.

По итогам **41 Турнира городов**, проходившего в 2019/20 учебном году, 24 школьника из Кировской области награждены дипломами победителей.