

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2020/21 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 5 КЛАССА

1. Если Маша купит бублик, у неё останется 50 рублей, а если она захочет купить два бублика, то ей будет не хватать 50 рублей. Сколько денег у Маши? Объясните, как вы получили ответ.

2. В ряд записаны 20 единиц. Как вставить между некоторыми из них плюсы и минусы таким образом, чтобы после выполнения действий получилось 2020?

3. Однажды в комнате собрались Петя, Вася и Толя. Каждый из них либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Петя сказал: «Вася — лжец!» Вася сказал: «Петя — лжец!». Толя сказал: «И Петя лжец, и Вася лжец!» Сколько лжецов среди собравшихся? Ответ обоснуйте.

4. Таня и Маша ехали на велосипедах по асфальту с одной и той же постоянной скоростью, Таня — в километре впереди Маши. Потом им встретился километровый участок грунтовой дороги, где каждая из них ехала со вдвое меньшей скоростью, а за ним — двухсотметровый участок ремонтных работ, где каждая ехала со вчетверо меньшей скоростью, чем по асфальту. Затем до конца поездки Таня с Машей снова ехали по асфальту с той же скоростью, что и вначале. Каково было наименьшее расстояние между Таней и Машей во время этой поездки (когда обе они двигались)? Объясните ответ.

5. а) Как разрезать прямоугольник со сторонами 1 см и 2 см на три части и сложить из них квадрат?

б) Как разрезать прямоугольник со сторонами 1 см и 8 см на шесть частей и сложить из них квадрат?

Покажите на рисунках, как надо резать и как складывать. Картинки рисуйте по клеточкам.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2020/21 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 6 КЛАССА

1. Лена родилась 1 января. Её возраст в 2020 году равен сумме цифр года её рождения. Сколько лет Лене? Постарайтесь не только найти ответ, но и объяснить, почему другие варианты не подходят.

2. Если Коля купит бублик и конфету, у него останется 50 рублей, а если он захочет купить два бублика и три конфеты, то ему будет не хватать 50 рублей. Докажите, что у Коли не больше 150 рублей.

3. Однажды в комнате собрались несколько человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Один из собравшихся сказал: «Среди нас не больше двух лжецов». Второй сказал: «Среди нас не меньше двух лжецов». Третий сказал: «Среди нас ровно два лжеца». Докажите, что в комнате было не меньше четырёх человек.

4. На клетчатой бумаге со стороной клетки 1 см закрасили фигуру, составленную из клеток. Может ли периметр закрашенной фигуры, измеренный в сантиметрах, быть в 5 раз больше её площади, измеренной в квадратных сантиметрах?

5. Петя и Вася по очереди выписывают на доску натуральные числа, не превосходящие 100. Начинает Петя. Проигрывает тот, после хода которого на доске впервые появятся два одинаковых числа или два числа, отличающиеся на 40. Кто выигрывает при правильной игре и как ему для этого надо играть?

XLVII РОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2020/21 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 7 КЛАССА

1. В ряд записаны 20 единиц. Как вставить между некоторыми из них плюсы и минусы, чтобы после выполнения действий получилось 2020?

2. Положительную дробь, меньшую 1, перевернули и снова получили дробь. Какая из двух дробей ближе к единице: исходная или перевернутая?

3. Таня и Маша ехали на велосипедах по асфальту с одной и той же постоянной скоростью, Таня — в километре впереди Маши. Потом им встретился километровый участок грунтовой дороги, где каждая из них ехала со вдвое меньшей скоростью, а за ним — двухсотметровый участок ремонтных работ, где каждая ехала со вчетверо меньшей скоростью, чем по асфальту. Затем до конца поездки Таня с Машей снова ехали по асфальту с той же скоростью, что и вначале. Каково было наименьшее расстояние между Таней и Машей во время этой поездки (когда обе они двигались)? Объясните ответ.

4. а) Как разрезать прямоугольник со сторонами 1 см и 2 см на три части и сложить из них квадрат?

б) Как разрезать прямоугольник со сторонами 1 см и 8 см на шесть частей и сложить из них квадрат?

Покажите на рисунках, как надо резать и как складывать. Картинки рисуйте по клеточкам.

5. Петя и Вася по очереди выписывают на доску натуральные числа, не превосходящие 101. Начинает Петя. Проигрывает тот, после хода которого на доске впервые появятся два одинаковых числа или два числа, отличающиеся на 40. Кто выигрывает при правильной игре и как ему для этого надо играть?

Не забывайте обосновывать ответы!

XLVII РОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2020/21 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 8 КЛАССА

1. Петя родился 1 января. Его возраст в 2019 году был равен сумме цифр года его рождения. В каком году мог родиться Петя? Укажите все возможности.

2. Велосипедисты Андрей, Борис и Виктор одновременно, из одной точки и в одном направлении стартовали по кольцевой дороге. Каждый из них ехал с постоянной скоростью, причем у разных велосипедистов скорости были различными. Андрей впервые перегнал Бориса, проехав ровно четыре круга, а Виктора — проехав ровно пять кругов. Сколько кругов проехал Виктор к моменту, когда он впервые обогнал Бориса?

3. Медиана треугольника делит одну из его высот в отношении 2:1, считая от вершины. Докажите, что этот треугольник — равнобедренный.

4. Игорь нарисовал на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 см архипелаг, в котором каждый остров имеет форму многоугольника, составленного из клеток, и разные острова не имеют общих точек. Может ли отношение суммарной длины береговой линии всех островов к их суммарной площади равняться: а) 5; б) 3,99?

5. Петя и Вася по очереди выписывают на доску натуральные числа, не превосходящие 200. Начинает Петя. Проигрывает тот, после хода которого на доске впервые появятся два одинаковых числа или два числа, отличающиеся на 47. Кто выиграет при правильной игре: тот, кто выписывает первое число, или его соперник, и как ему для этого надо играть?

Не забывайте обосновывать ответы!

XLVII РОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2020/21 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 9 КЛАССА

1. Машина ехала три часа. В пути она сделала одну остановку, а остальное время двигалась с одной и той же скоростью (временем на торможение и разгон пренебрегаем). За первый час она проехала 90 км, за второй — 60 км, за третий — 45 км. Сколько минут длилась остановка?

2. Для каждого из двух из трех данных натуральных чисел a , b и c нашли их НОД и НОК, после чего шесть найденных чисел сложили. Подберите числа a , b и c так, чтобы полученная сумма оказалась равной 2020.

3. Из n одинаковых кубиков сложили куб. Затем этот куб разобрали и из части кубиков сложили новый куб. При этом остался 271 неиспользованный кубик. Чему могло равняться n (найдите все возможности)?

4. На стороне BC треугольника ABC выбрана точка K . Отрезок AK пересекает медиану BM в такой точке N , что $AN = BC$. Докажите, что $BK = KN$.

5. Игорь нарисовал на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 см архипелаг, в котором каждый остров имеет форму многоугольника, составленного из клеток, и разные острова не имеют общих точек. Оказалось, что общая площадь архипелага равна 100 кв. см, а общая длина береговой линии — 300 см. Докажите, что в архипелаге не более 74 островов.

6. Таня и Маша по очереди выписывают на доску натуральные числа, не превосходящие 1000, причем число 13 выписывать нельзя. Начинает Таня. Проигрывает та девочка, после хода которой на доске впервые появятся два одинаковых числа или два числа, отличающиеся на 17. Кто из девочек выиграет при правильной игре, и как ей для этого надо играть?

Не забывайте обосновывать ответы!

XLVII РОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2020/21 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 10 КЛАССА

1. Имеется положительная дробь, меньшая 1. Ее перевернули и снова получили дробь. Какая из двух дробей ближе к единице: исходная или перевернутая?
2. На сторонах AB и BC треугольника ABC выбрали точки D и E соответственно. Отрезки AE и CD пересекаются в точке M . Оказалось, что $AM = 2ME$ и $CM = 2MD$. Докажите, что AE и CD — медианы треугольника ABC .
3. У школьника 10 учебных предметов. Средний балл годовых оценок составляет 4,6. Сколько у него пятерок, четверок и троек, если известно, что есть все эти оценки, а двоек нет? Укажите все возможные варианты.
4. Верно ли, что для любых двух непересекающихся кругов на плоскости найдется такая точка, лежащая вне этих кругов, что любая проходящая через неё прямая пересекает хотя бы один из кругов?
5. Игорь нарисовал на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 см архипелаг, в котором каждый остров имеет форму многоугольника, составленного из клеток, и разные острова не имеют общих точек. Оказалось, что общая площадь архипелага равна 100 кв. см, а общая длина береговой линии — 300 см. Докажите, что в архипелаге не менее 50 островов.
6. Петя и Вася по очереди выписывают на доску натуральные числа, не превосходящие 333. Начинает Петя. Проигрывает тот, после хода которого на доске впервые появятся два одинаковых числа или два числа, отличающиеся на 40. Кто выигрывает при правильной игре и как ему для этого надо играть?

Не забывайте обосновывать ответы!

XLVII РОССИЙСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ КИРОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ВТОРОЙ (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП. 2020/21 УЧЕБНЫЙ ГОД.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 11 КЛАССА

1. Найдутся ли такие натуральные числа a и b , что $\text{НОК}(a, b) + \text{НОД}(a, b) = 2020$?
2. Пусть $f(x) = ax + b$, где a и b — целые числа. Найдите a и b , если $f(f(\dots f(x)\dots)) = 343x + 57$. (В левой части равенства функция $f(x)$ применяется некоторое конечное число раз, большее одного).
3. Графики трёх линейных функций являются продолжениями сторон равностороннего треугольника. Докажите, что среди этих функций найдется такая, угловой коэффициент которой больше $1/2$.
4. На стороне BC треугольника ABC выбрана точка K . Отрезок AK пересекает медиану BM в такой точке N , что $AN = BC$. Докажите, что $BK = KN$.
5. Таня и Маша по очереди выписывают на доску натуральные числа, не превосходящие 1000, причем число 13 выписывать нельзя. Начинает Таня. Проигрывает та девочка, после хода которой на доске впервые появятся два одинаковых числа или два числа, отличающиеся на 17. Кто из девочек выиграет при правильной игре, и как ей для этого надо играть?
6. Исходно на доске написано одно нецелое положительное число. За одну операцию можно записать на доску квадрат одного из записанных на доске чисел либо неотрицательную разность двух записанных на доске чисел. При этом запрещается записывать на доску число, которое там уже есть. Докажите, что такими операциями можно получить на доске число, меньшее 1.

Не забывайте обосновывать ответы!