



*Кировское областное государственное автономное образовательное
учреждение дополнительного образования детей –
«Центр дополнительного образования одаренных школьников»*

АСТРОНОМИЯ, 2012

ЗАДАНИЯ, РЕШЕНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**по проверке и оценке решений
II (муниципального) этапа
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**

**Кировской области
в 2012/2013 учебном году**

Киров
2012

Печатается по решению методической комиссии II (муниципального) этапа Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Кировской области

Задания, решения и методические указания по проверке и оценке решений задач II (муниципального) этапа олимпиады Всероссийской олимпиады школьников по астрономии в 2012-2013 учебном году / Сост. Е. В. Горшкова, Т. В. Жбанникова, М. А. Кислицына, Е. И. Ковязин. – Киров: Изд-во ЦДООШ, 2012. – 14 с.

Авторы, составители и источники задач

Жбанникова Т. В.: 7-8.1, 7-8.2, 7-8.3, 7-8.6.

Горшкова Е. В.: 9.2, 9.3, 9.5.

Кислицына М. А.: 10.1, 10.2, 10.3, 10.5, 10.6

Ковязин Е. И.: 11.1, 11.2, 11.3, 11.4, 11.5, 11.6.

7-8.5, 10.4 – XIX Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада, 2011 г.

7-8.4 – 60-я Московская астрономическая олимпиада, 2006 г.

9.1 – VIII Всероссийская олимпиада школьников по астрономии и космической физике. Газета «Первое сентября», 2001 г.

9.4 – Максименко А.В., МБОУ Колыбельская СОШ.

9.6 – Романов. Сборник задач и вопросов по астрономии и не только. - 2005 г.

Подписано в печать 25.09.2012

Формат 60×84¹/₁₆ Бумага типографская. Усл. печ. л. 0,75

Тираж 1000 экз.

© Е. В. Горшкова, Т. В. Жбанникова, М. А. Кислицына, Е. И. Ковязин, 2012

© Государственное образовательное учреждение дополнительного образования детей – «Центр дополнительного образования для детей «Одаренный школьник», Киров, 2012 г.

ОРГКОМИТЕТУ И ЖЮРИ II (МУНИЦИПАЛЬНОГО) ЭТАПА ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО АСТРОНОМИИ

1. Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников проводится в 1 тур за 1 день. Рекомендуемая продолжительность олимпиады для учащихся 7–8-х классов – 2 часа, 9-х классов – 2 часа, 10-х классов – 2,5 часа, 11-х классов – 3 часа, не считая времени, потраченного на заполнение титульных листов и разъяснение условий задач.

2. Каждому участнику оргкомитет предоставляет тетрадь для записи решений задач. На обложке тетради учащиеся пишут свои данные. Первую страницу участник должен оставить пустой для оценки жюри. В конце тетради делают черновик.

3. Комплект заданий для каждой параллели состоит из 6 задач качественного и расчетного характера. Тестовые задачи не включены, так как не соответствуют уровню олимпиадных задач.

4. Сразу после выполнения заданий проводится разбор решений, о чем следует объявить учащимся перед началом олимпиады.

5. До проверки члены жюри должны решить все задачи, изучить предлагаемые решения и рекомендации по проверке и оцениванию заданий.

6. О сроках апелляции следует также сообщить участникам перед началом олимпиады. В процессе апелляции учащиеся знакомятся со своими результатами, и в случае несогласия с оценкой жюри, имеют право обосновать свое мнение, после чего жюри может повысить оценку или оставить ее без изменения.

ОСОБЕННОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА

Во время работы над заданиями участник олимпиады имеет право:

1. Пользоваться любыми своими канцелярскими принадлежностями наряду с выданными оргкомитетом.

2. Пользоваться собственным непрограммируемым калькулятором.

3. Обращаться с вопросами по поводу условий задач, приглашая к себе наблюдателя поднятием руки.

4. Принимать продукты питания.

5. Временно покидать аудиторию, оставляя у наблюдателя свою тетрадь.

Во время работы над заданиями участнику запрещается:

1. Пользоваться мобильным телефоном (в любой его функции).

2. Пользоваться программируемым калькулятором или компьютером.

3. Пользоваться какими-либо источниками информации, за исключением листов со справочной информацией и наглядными пособиями, раздаваемыми Оргкомитетом перед туром.

4. Обращаться с вопросами к кому-либо, кроме наблюдателя, членов Оргкомитета и жюри.

5. Производить записи на собственную бумагу, не выданную оргкомитетом.

6. Одновременный выход из аудитории двух и более участников.

При проведении муниципального этапа лица, сопровождающие участников олимпиады, не имеют право подходить к аудиториям, где работают участники, до окончания этапа во всех аудиториях. Участники, досрочно сдавшие свои работы, могут пройти к сопровождающим, но не могут возвращаться к аудиториям. По окончании работы все участники покидают аудиторию, оставляя в ней тетради с решениями.

ЗАДАНИЯ

7–8-е классы

1. Известно, что созвездия Кошки не существует, но есть несколько названий созвездий, связанных с семейством кошачьих? Назовите их.
2. Укажите 5 самых массивных тел Солнечной системы. Расположите их в порядке убывания массы. Кроме названия укажите тип небесного тела.
3. Сколько времени пришлось бы лететь к звезде Альфа Центавра космическому кораблю, способному развить скорость 17 км/с? Расстояние до звезды Альфа Центавра 4,3 св. г. (1 св. г. – расстояние, которое свет проходит за год).
4. Наблюдаются ли с Земли кольцеобразные лунные затмения? Ответ обоснуйте.
5. Любитель астрономии, наблюдая за метеорным потоком в течение 5 минут, заметил 3 метеора. Сколько метеоров он мог бы увидеть, наблюдая 3 часа?
6. Какие из перечисленных астрономических явлений – равноденствия, солнцестояния, полнолуния, затмения Солнца, затмения Луны, появление ярких комет, – происходят каждый год приблизительно в одни и те же даты (с точностью до 1–2-х дней). Ответ обосновать по каждому явлению.

9-й класс

1. В прошлом году Юпитер ярче всего был виден в конце ноября. Когда он будет виден наиболее ярко в этом году? Объясните, почему.
2. Укажите 7 самых массивных тел Солнечной системы. Расположите их в порядке убывания массы. Кроме названия укажите тип небесного тела.
3. Космический аппарат опускается на поверхность астероида со скоростью 2 м/с. На какую высоту подпрыгнул бы аппарат от удара, если бы удар оказался упругим. Астероид считать шаром диаметром 30 км и средней плотностью вещества 3000 кг/м³? (Объем шара вычисляется по формуле: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$).
4. Солнце находится на расстоянии 7,5 кпк от центра Галактики и движется со скоростью 220 км/с. За какой период времени Солнце совершит полный оборот вокруг центра Галактики?
5. Может ли на Земле наблюдаться солнечное затмение, когда часы показывают полночь?
6. По латыни «секунда» – значит «вторая». После чего «первого» она – вторая?

10-й класс

1. Крабовидная туманность, Туманность Эскимос, Туманность Ориона, Туманность Андромеды, Туманность Кольцо. Что в этом списке является лишним? Обоснуйте ответ.

2. Если обычный год начался понедельником, то каким днем недели

1) начнется следующий за ним год;

2) начинался предыдущий год?

Ответ поясните.

Решите эту задачу для случая, когда год високосный.

3. Какую минимальную скорость должна приобрести ракета, чтобы преодолеть тяготение планеты и отправиться в космическое путешествие? Оцените примерно, сколько необходимо потратить топлива, чтобы запустить ракету с Земли, если скорость истечения сгоревшего топлива $2,4 \text{ км/с}$, а масса ракеты 50 т ?

4. Марс находится в противостоянии. Оцените, на какое угловое расстояние Марс перемещается по небу за сутки относительно звезд. Орбиту Марса считать круговой с радиусом $1,5 \text{ а.е.}$

5. Любитель астрономии собирается наблюдать в телескоп слабые протяженные объекты, например, туманности. Окуляр с каким фокусным расстоянием он должен выбрать для телескопа с диаметром объектива 150 мм и фокусным расстоянием 750 мм ? (Диаметр зрачка человеческого глаза в темноте 6 мм).

6. На каком расстоянии от Земли Солнце станет звездой, едва различимой невооруженным глазом (человеческому глазу доступны объекты до 6-ой звездной величины). Сравните полученное расстояние с расстоянием до Плутона.

11-й класс

1. Школьник наблюдал заходящую Луну в первой четверти как раз в точке запада. Сколько времени (примерно) показывали его часы? Ответ объясните.

2. Какое количество воды можно нагреть от 20°C до 100°C , если использовать всю солнечную энергию, которая падает на 1 м^2 , перпендикулярный лучам, за 1 час? Полная энергия, которая падает в 1 с на площадку 1 м^2 , расположенную перпендикулярно солнечным лучам на среднем расстоянии Земли от Солнца называется солнечной постоянной и равняется 1400 Вт/м^2 .

3. Рассчитайте, на какую максимальную высоту над горизонтом поднимается Солнце в Кирове в даты равноденствий. Широта Кирова $\varphi_k = 58^\circ,6$. Рисунок обязателен.

4. Рассчитайте сколько звёзд, подобных Сириусу, должно быть на нашем небосводе, чтобы ночью было так же светло, как и в полнолуние. Видимая звездная величина Сириуса $m_c = -1,52$; полной Луны $m_l = -12,7$.

5. Комета Галлея делает полный оборот вокруг Солнца за 76 лет. В ближайшей к Солнцу точке своей орбиты, находясь от него на расстоянии $0,6 \text{ а.е.}$, она движется со скоростью 54 км/с . С какой скоростью она движется в наиболее удалённой от Солнца точке своей орбиты?

6. Радиус Меркурия равен $R_m = 0,38R_z$ (где R_z – радиус Земли). Масса Меркурия равна $M_m = 0,055M_z$ (где M_z – масса Земли). Рассчитайте для этой планеты $V_{1к}$ – первую и $V_{2к}$ – вторую космические скорости, если для Земли они равны соответственно $7,91 \text{ км/с}$ и $11,19 \text{ км/с}$.

УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕРКЕ И ОЦЕНКЕ ОЛИМПИАДНЫХ РАБОТ

1. Некоторые задачи могут иметь несколько способов решения. Выбранный учащимся способ решения не должен влиять на максимальную оценку, если верные рассуждения приводят к верному ответу.

2. Также следует обратить внимание, что при решении некоторых задач лучше брать более точное значение периода вращения Земли вокруг оси 23 ч 56 мин. Если учащийся использует значение 24 ч и это приводит к незначительному снижению точности ответа, то оценка не снижается.

3. За оригинальное решение, имеющее правильные рассуждения и приводящее к верному ответу или решение с предложением идей, расширяющих и дополняющих задание, может быть повышена максимальная стоимость ответа на 1 балл.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ И РАЗБАЛЛОВКА

7–8-е классы

1. Созвездия: Рыси, Малого Льва и Льва.

Разбалловка: за каждый правильный ответ – по 1 баллу.

Максимальная стоимость ответа составляет 3 балла.

2. Солнце – звезда, Юпитер – планета, Сатурн – планета, Нептун – планета, Уран – планета.

Разбалловка: за каждое правильное название небесного тела, указание, к какому типу оно относится, порядок в ответе ставится 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 5 баллов.

3. Формула для вычисления времени путешествия космического корабля

$$t = \frac{S}{v} \quad (1).$$

Найдем расстояние до Альфа Центавра в километрах, зная, что 1 св. г. = $946728 \cdot 10^7$ км: $S = 4,3 \cdot 946728 \cdot 10^7$ км = $4070930 \cdot 10^7$ км (2).

Найдем время путешествия: $t = \frac{4070930 \cdot 10^7 \text{ км}}{17 \text{ км/с}} \approx 239466,5 \cdot 10^7 \text{ с} \quad (3),$

$$t = \frac{4070930 \cdot 10^7 \text{ км}}{17 \text{ км/с}} \approx 239466,5 \cdot 10^7 \text{ с} = \frac{239466,5 \cdot 10^7}{3600} \text{ ч} \approx 66,52 \cdot 10^7 \text{ ч} = \frac{66,52 \cdot 10^7}{24} \text{ сут} \approx$$

$$\approx 2,77 \cdot 10^7 \text{ сут} = \frac{27700000}{365,25} \approx 75,88 \cdot 10^3 \text{ лет} \approx 76 \text{ тыс. лет.}$$

Разбалловка: за написание формулы (1) – 1 балл;

за перевод расстояния в км (2) – 1 балл;

за вычисление времени полета в секундах (3) – 1 балл;

за перевод ответа в года – 3 балла

Максимальная стоимость ответа составляет 6 баллов.

4. 1) Кольцеобразных затмений Луны не бывает.

Кольцеобразные затмения бывают только у Солнца. Визуально при кольцеобразном затмении Луна проходит по диску Солнца, но оказывается меньше Солнца в диаметре, и не может скрыть его полностью.

2) Лунное затмение - это затмение, которое наступает, когда Луна входит в конус тени, отбрасываемой Землёй, если Луна во время затмения полностью входит в тень Земли, говорят о полном лунном затмении, когда частично — о частном затмении, но кольцеобразное затмение в этих условиях не наступает.

Разбалловка: 1) за правильный ответ, за объяснение вида кольцеобразного затмения – 1 балл;

2) за объяснение причины лунного затмения – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 2 балла.

5. Если за 5 минут любитель увидел 3 метеора, то в среднем один метеор падает раз в $5/3$ минуты. Но на самом деле возможна ситуация, когда первый метеор падает в самом начале пятиминутного интервала, второй - через две с половиной минуты, а третий в самом конце интервала, условию задачи это никак не противоречит. Возможны и промежуточные варианты, поэтому можно сказать, что интервал времени между двумя последовательными падениями метеоров заключен в пределах от $5/3$ минуты до $5/2$ минуты. Поскольку 3 часа – это 180 минут, за это время можно было бы увидеть от $180/5 \cdot 2 = 72$ метеоров до $180/5 \cdot 3 = 108$ метеоров. При этом максимальное число метеоров также следует увеличить на единицу, поскольку первый и последний метеоры также могут попасть точно на начало и конец трехчасового интервала. В итоге получаем ответ: от 72 до 109 метеоров.

Разбалловка: 1) вычисление количества метеоров при условии наблюдения в начале 5 мин и в конце – 2 бала;

2) увеличение на 1 метеор при наблюдении 3-х за 5 мин – 1 балл;

3) окончательный ответ для 2-х вариантов – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 4 балла.

6. Равноденствия, солнцестояния, происходят в очень близкие по времени даты, а полнолуния, затмения Солнца, затмения Луны, появление ярких комет не имеют определенных дат в календаре.

1) Равноденствие – это момент, когда продолжительность дня и ночи одинакова. В это время земная ось перпендикулярна к освещающим Землю лучам Солнца. Явление обусловлено обращением Земли вокруг Солнца и собственным суточным вращением Земли.

2) Солнцестояние бывает летнее и зимнее. При этом на поверхности планеты наблюдается самый длинный или самый короткий световой день.

3) Полнолуние, затмения Луны и Солнца – являются скользящими по календарю датами, так как зависят не только от движения Земли и Солнца, но и движения Луны, вокруг Земли.

4) Появление ярких комет связано с особенностью движения комет в Солнечной системе, каждая комета имеет свой период обращения вокруг Солнца, и наблюдение ярких комет не может быть фиксированным в календаре.

Разбалловка: за каждое верное объяснение ставится 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 4 балла.

Максимальное количество баллов за все задания: 24.

9-й класс

1. Планеты выглядят наиболее яркими и наиболее удобны для наблюдений во время противостояний. Период обращения Юпитера вокруг Солнца – около 12 лет (точнее, 11,86 года). Следовательно, через год он уйдет вперед примерно на $1/12$ часть окружности. За год Земля, совершив 1 оборот вокруг Солнца, «отстанет» от сместившегося по орбите Юпитера, и чтобы «догнать» его ей потребуется еще $1/12$ часть года, то есть один месяц. Следовательно, наилучшая видимость будет в конце декабря.

Разбалловка: за указание того, что планеты выглядят наиболее яркими в противостоянии – 1 балл;

за указание периода обращения Юпитера вокруг Солнца – 1 балл;

за рассуждения, что за земной год Юпитер уйдет вперед на $1/12$ часть окружности – 1 балл;

за указание наилучшей видимости – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 4 балла.

2. Солнце, Юпитер, Сатурн, Нептун, Уран, Земля, Венера.

Разбалловка: за каждое правильное название небесного тела, указание, к какому типу оно относится, порядок в ответе ставится 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 7 баллов.

3. Поскольку удар упругий, аппарат должен отскочить от поверхности с той же скоростью, с какой он ударился об нее. Чтобы оценить высоту подъема, необходимо оценить ускорение свободного падения на поверхности астероида:

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{R^2} = \frac{4}{3} G \pi R \rho \quad (1).$$

Предполагаем, что аппарат отскочит от астероида на небольшую высоту, – такую, что изменением величины ускорения свободного падения можно пренебречь,

тогда получаем: $h = \frac{v^2}{2g} = \frac{3v^2}{8\pi GR\rho} \quad (2).$

$$\text{Вычислим } h = \frac{3 \cdot 4 \frac{\text{М}^2}{\text{с}^2}}{8 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Нм}^2}{\text{кг}^2} \cdot 3 \cdot 10^4 \text{ м} \cdot 3 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \approx 80 \text{ м}.$$

Эта величина меньше 1% радиуса астероида (0,27%), значит, изменением ускорения свободного падения с высотой можно пренебречь.

Разбалловка: за указание свойства упругого удара – 1 балл;

за правильное написание формулы (1) – 2 балла;

за правильное написание формулы (2) – 2 балла;

за предположение, что изменением величины ускорения свободного падения можно пренебречь – 1 балл;

за правильное вычисление высоты подъема – 1 балл;

за сравнение этой высоты с радиусом астероида и подтверждением, что ускорение свободного падения меняется незначительно – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 8 баллов.

4. Предполагая, что Солнечная система движется вокруг центра Галактики по круговой орбите с радиусом, равным удаленности Солнца от центра Галактики, получаем: $T = \frac{2\pi R}{v}$ (1).

Из справочных данных найдем перевод единиц: $1 \text{ пк} = 3 \cdot 10^{16} \text{ м}$.

Вычислим:

$$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 7500 \cdot 3 \cdot 10^{16} \text{ м}}{220000 \frac{\text{м}}{\text{с}}} \approx 6,42 \cdot 10^{15} \text{ с} \approx 1,8 \cdot 10^{12} \text{ ч} \approx 7,4 \cdot 10^{10} \text{ сут} \approx 2 \cdot 10^8 \text{ лет}.$$

Разбалловка: за предположение того, что Солнечная система движется вокруг центра Галактики по круговой орбите с радиусом, равным удаленности Солнца от центра Галактики – 1 балл;

за написание формулы (1) – 1 балл;

за перевод парсеков в метры – 2 балла;

за правильные вычисления времени – 2 балла;

за перевод полученного времени в года – 2 балла.

Максимальная стоимость ответа составляет 8 баллов.

5. Солнце может находиться в полноту над горизонтом только в полярных районах Земли во время полярного дня, там и возможно наблюдать солнечные затмения.

Разбалловка: за правильный ответ – 2 балла.

Максимальная стоимость ответа составляет 2 балла.

6. Исторически в астрономии чаще используется градусная мера углов. Окружность при этом делится на 360 градусов. Для нужд наблюдательной астрономии потребовалось применение мер дуги, существенно меньше, чем 1 градус. Последующее деление угловых мер на меньшие доли было основано на вавилонской традиции счета, где использовалась шестидесятеричная система чисел. Соответственно, сначала каждый градус делился на 60 «первых» частей, или минут (minor – значит «меньшая часть»). Затем каждая минута по мере необходимости могла быть разделена еще на 60 «вторых» частей, или секунд (seconda minor – значит «вторая меньшая часть»).

Разбалловка: за указание градусной меры углов – 1 балл;

за указание «первой» части – минуты – 1 балл;

за указание «второй» части – секунды – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 3 балла.

Максимальное количество баллов за все задания: 32.

10-й класс

1. Туманность Андромеды не является туманностью, это другая галактика.

Разбалловка: за правильный ответ – 1 балл; за его объяснение – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 2 балла.

2. В обычном году из 365 дней содержатся 52 недели и еще 1 день. Тогда ответ:

1) следующий год начнется во вторник,

2) предыдущий год начинался в воскресенье, если он был простой, или в субботу, если он был високосный.

Если год високосный из 366 дней, то в нем содержится 52 недели и еще 2 дня.

Тогда ответ:

1) следующий год начнется в среду,

2) предыдущий год начинался в субботу.

Разбалловка: за пояснение того, что год состоит не из целого количества недель, ставится по 1 баллу для каждого случая; за каждый правильный ответ ставится по 1 баллу.

Максимальная стоимость ответа составляет 6 баллов.

3. Пусть ракета массой m приобрела скорость v_0 у поверхности планеты, а на расстоянии R от планеты ее скорость v .

На основании закона сохранения энергии запишем: $\frac{mv_0^2}{2} - G\frac{mM}{R_n} = \frac{mv^2}{2} - G\frac{mM}{R}$

(1), где M и R_n – соответственно масса и радиус планеты.

За нулевой уровень потенциальной энергии принимаем потенциальную энергию в состоянии, когда тела бесконечно удалены друг от друга ($R \rightarrow \infty$), тогда потенциальная энергия взаимодействия ракеты, находящейся на планете, становится отрицательной. На расстоянии $R \rightarrow \infty$ скорость ракеты v также должна стать равной нулю, чтобы скорость v_0 была минимальной. Тогда $\frac{mv_0^2}{2} - G\frac{mM}{R_n} = 0$ (2).

Найдем $v_0 = v_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R_n}}$ (3), это вторая космическая скорость. Для ракеты, уле-

тающей с Земли, она равна: $v_{II} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Нм}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{6,4 \cdot 10^6 \text{ м}}} \approx 11,2 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ (4).

Используя закон сохранения импульса, напишем выражение для нахождения примерной массы топлива: $m_m = \frac{m_p v_p}{v_m}$ (5).

Рассчитаем: $m_m = \frac{50 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 11,2 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2,4 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}} \approx 2,33 \cdot 10^5 \text{ кг} = 233 \text{ т}$

Разбалловка: за написание выражения (1) – 2 балла;

за получение выражения (2) и его пояснения – 2 балла;

за получение выражения (3) – 1 балл;

за расчет второй космической скорости (4) – 1 балл;

за использование закона сохранения импульса и написание выражения (5) – 1 балл;

за расчет массы топлива – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 8 баллов.

4. На основании II закона Ньютона и закона Всемирного тяготения получаем выражение для планеты, движущейся по круговой орбите вокруг Солнца: $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$ (1), тогда $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ (2), где $M = 2 \cdot 10^{30}$ кг – масса Солнца, r – радиус орбиты планеты.

Зная, что радиус орбиты Земли $1 \text{ а.е.} = 1,496 \cdot 10^8$ км, вычислим орбитальную скорость движения Земли: $v_3 = v \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Нм}^2}{\text{кг}^2} \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}}} \approx 3 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Найдем радиус орбиты Марса: $r = 1,5 \cdot 1,496 \cdot 10^8 \text{ км} \approx 2,24 \cdot 10^8 \text{ км}$.

Вычислим орбитальную скорость Марса: $v_M = v \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Нм}^2}{\text{кг}^2} \cdot 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}}{2,24 \cdot 10^{11} \text{ м}}} \approx 2,4 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Марс находится в противостоянии и движется в ту же сторону, что и Земля, поэтому его относительная скорость равна $v'_M = 6 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, его расстояние от Земли $R = 0,5 \text{ а.е.} = 0,748 \cdot 10^{11} \text{ м}$.

Угловая скорость Марса: $\omega = \frac{v'_M}{R} = \frac{6 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{0,748 \cdot 10^{11} \text{ м}} \approx 8 \cdot 10^{-8} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

За сутки Марс пройдет угловое расстояние, равное $l = 8 \cdot 10^{-8} \frac{\text{рад}}{\text{с}} \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} \approx 0,007 \text{ рад} = 0,007 \cdot 57,3^\circ \approx 0,4^\circ$.

*Разбалловка: за написание выражений (1) и (2) ставится 2 балла;
за вычисление орбитальных скоростей Земли и Марса – по 1 баллу;
за нахождение относительной скорости Марса – 2 балла;
за нахождение угловой скорости Марса – 1 балл;
за перевод ее из радиан в градусы – 1 балл.
Максимальная стоимость ответа составляет 8 баллов.*

5. Для увеличения видимой яркости слабых протяженных объектов необходимо уменьшить увеличение телескопа, при этом весь свет, собранный объективом, должен попадать в глаз наблюдателя. Пусть диаметр выходного светового пучка равен диаметру зрачка глаза, найдем увеличение телескопа в этом случае: $\Gamma = \frac{D}{d} = \frac{150 \text{ мм}}{6 \text{ мм}} = 25$ (1), где D – диаметр объектива, d – диаметр окуляра (равен диаметру зрачка).

Найдем фокусное расстояние окуляра: $f = \frac{F}{\Gamma} = \frac{750 \text{ мм}}{25} = 0,03 \text{ м} = 30 \text{ мм}$ (2).

*Разбалловка: за идею решения и пояснения – 2 балла;
за формулу и расчеты (1) – 2 балла;
за формулу и расчеты (2) – 2 балла.
Максимальная стоимость ответа составляет 6 баллов.*

6. Из справочных данных найдем нужные нам величины: видимая звездная величина Солнца на Земле $m_1 = -26,8^m$, расстояние от Солнца до Земли $r_1 = 1$ а.е., расстояние от Солнца до Плутона $r_3 = 39,52$ а.е.

Если Солнце окажется на расстоянии r_2 , то освещенность E_2 , создаваемая им на Земле, станет меньше и может быть найдена с помощью формулы Погсона:

$$\frac{E_1}{E_2} = 2,512^{(m_2 - m_1)} \quad (1).$$

Освещенность изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния:

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \quad (2). \quad \text{Тогда} \quad r_2 = r_1 \sqrt{2,512^{(m_2 - m_1)}} \quad (3). \quad \text{Вычислим:}$$

$$r_2 = 1 \text{ а.е.} \cdot \sqrt{2,512^{(6+26,8)}} = 1 \text{ а.е.} \cdot 2,512^{16,4} \approx 3633474 \text{ а.е.}, \quad \frac{r_2}{r_3} = \frac{3633474 \text{ а.е.}}{39,52 \text{ а.е.}} \approx 91940.$$

Ответ: Солнце должно находиться в 91940 раз дальше Плутона.

Разбалловка: за нахождение нужных справочных данных – 1 балл;

за написание формулы Погсона (1) – 1 балла;

за написание соотношения (2) – 1 балл;

за написание выражения (3) – 1 балл;

за нахождение искомого расстояния – 1 балл;

за сравнение с расстоянием до Плутона – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 6 баллов.

Максимальное количество баллов за все задания: 36.

11-й класс

1. В тот момент, когда Луна находится в первой четверти, угол между направлением на Луну и на Солнце равен 90 градусов и Солнце находится правее Солнца. Значит, Солнце находится под точкой севера. Следовательно, часы показывают около полуночи.

Разбалловка: за правильное объяснение и правильный ответ – 3 балла.

Максимальная стоимость ответа составляет 3 балла.

2. Для правильного решения нужно записать уравнение теплового баланса: $Q = ct\Delta t$ (1), где Q – солнечная энергия, которая падает на 1 м^2 за 1 час. Численно $Q = 1400 \text{ Дж} \cdot 3600 \text{ с} = 5040 \text{ кДж}$.

Массу воды можно найти по формуле: $m = \frac{Q}{c(t_2 - t_1)}$ (2), где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ –

удельная теплоемкость воды.

Подставляем в формулу (2) численные значения:

$$m = \frac{5040 \cdot 10^3 \text{ Дж}}{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot (100 - 20)^\circ\text{C}} \approx 15 \text{ кг}.$$

Разбалловка: за правильное написание уравнения теплового баланса (1) и нахождение Q – 2 балла;

за вывод формулы (2) – 1 балл;

за правильный ответ – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 4 балла.

3. Для светила, кульминирующего к югу от зенита: $h_g = 90^\circ - \varphi_k + \delta_c$ (1).

Склонение Солнца в дату равноденствий равняется 0° . $h_g = 90^\circ - 58^\circ,6 + 0^\circ = 31^\circ,4$

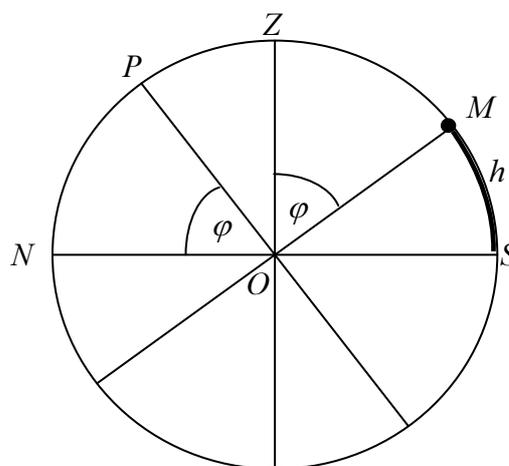
Разбалловка: за верное написание формулы (1) – 2 балла;

за понимание того, что склонение Солнца равно 0° в дату равноденствий – 1 балл;

за правильный ответ – 1 балл;

за грамотно выполненный рисунок – 2 балла.

Максимальная стоимость ответа составляет 6 баллов.



4. Для решения задачи нужно определить во сколько раз Луна ярче Сириуса, для этого потребуется знание формулы Погсона.

Запишем формулу Погсона для нашего случая: $\frac{E_l}{E_c} = 2,512^{m_c - m_l}$

Подставляем данные: $\frac{E_l}{E_c} = 2,512^{(-1,52 + 12,7)} = 2,512^{11,18} \approx 29663$.

Ответ: должно быть не менее 29663 звезд, подобных Сириусу.

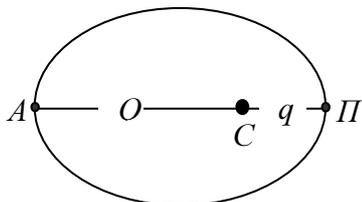
Разбалловка: за понимание того факта, что для решения задачи достаточно определить, во сколько раз Луна ярче Сириуса – 1 балл;

за правильную запись формулы Погсона – 2 балла;

за правильный ответ – 2 балла.

Максимальная стоимость ответа составляет 5 баллов.

5. Для решения задачи школьник должен знать третий закон Кеплера, понятия перигелийного и афелийного расстояний и закон сохранения момента импульса. Из третьего закона Кеплера определяем большую полуось орбиты кометы. В качестве второй планеты целесообразно взять Землю, большая полуось которой равна одной астрономической единице (1 а.е.) и период обращения вокруг Солнца – 1 год.



$$\frac{T^2}{T_{\oplus}^2} = \frac{a^3}{a_{\oplus}^3}, \text{ где } T_{\oplus} = 1 \text{ год, } a_{\oplus} = 1 \text{ а.е.}$$

Отсюда большая полуось орбиты кометы Галлея будет равна: $a = a_{\oplus} \sqrt[3]{\frac{T^2}{T_{\oplus}^2}} = 1 \text{ а.е.} \sqrt[3]{76^2} \approx 17,9 \text{ а.е.}$

Большая ось – отрезок AP – равна $2a = 35,8 \text{ а.е.}$ Отрезок PC = $q = 0,6 \text{ а.е.}$ Значит, максимальное удаление кометы от Солнца Q (отрезок AC) будет равно: $Q = 35,8 \text{ а.е.} - 0,6 \text{ а.е.} = 35,2 \text{ а.е.}$

Далее на основании закона сохранения момента импульса можно записать: $V_q \cdot q = V_Q \cdot Q$

Отсюда легко определить скорость в афелии:

$$V_Q = \frac{V_q \cdot q}{Q} = \frac{54 \text{ км/с} \cdot 0,6 \text{ а.е.}}{35,2 \text{ а.е.}} \approx 0,92 \text{ км/с}.$$

Разбалловка: за правильную запись третьего закона Кеплера и правильное определение величины большой полуоси орбиты кометы – 3 балла;

за правильное определение величины Q – афелийного расстояния – 2 балла;

за правильную запись закона сохранения момента импульса и правильное определение величины афелийной скорости – 2 балла.

Максимальная стоимость ответа составляет 7 баллов.

6. Для решения задачи необходимо вспомнить формулу для расчета первой космической скорости по известным массе и радиусу тела: $V_{1к} = \sqrt{G \frac{M}{R}}$, кроме того, нужно знать, что величина второй космической скорости больше первой в 1,41 раза.

1 способ решения, когда значение массы и радиуса Земли берутся из справочных данных: $V_{1к} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \frac{0,055 \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{0,38 \cdot 6371 \cdot 10^3 \text{ м}}} \approx 3,015 \cdot 10^3 \text{ м/с} \approx 3 \text{ км/с}.$

2 способ решения, когда используется знание первой космической скорости у поверхности Земли $V'_{1к} = 7,91 \text{ км/с}$:

$$V_{1к} = \sqrt{G \frac{0,055 M_3}{0,38 R_3}} \approx 0,38 \sqrt{G \frac{M_3}{R_3}} = 0,38 V'_{1к} = 0,38 \cdot 7,91 \text{ км/с} \approx 3 \text{ км/с}.$$

$$V_{2к} = 1,41 \cdot 3 \text{ км/с} = 4,26 \text{ км/с}.$$

Разбалловка: за правильную запись формулы для расчета первой космической скорости – 2 балла;

за знание соотношения между 1-ой и 2-ой космическими скоростями – 1 балл;

за получение правильного ответа не зависимо от способа решения – 2 балла.

Максимальная стоимость ответа составляет 5 баллов.

Максимальное количество баллов за все задания: 30.