



*Кировское областное государственное автономное образовательное
учреждение дополнительного образования детей –
«Центр дополнительного образования одаренных школьников»*

АСТРОНОМИЯ, 2013

ЗАДАНИЯ, РЕШЕНИЯ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**по проверке и оценке решений
II (муниципального) этапа
всероссийской олимпиады школьников
по астрономии**

**Кировской области
в 2013/2014 учебном году**

Киров
2013

Печатается по решению методической комиссии II (муниципального) этапа всероссийской олимпиады школьников по астрономии в Кировской области

Задания, решения и методические указания по проверке и оценке решений II (муниципального) этапа олимпиады всероссийской олимпиады школьников по астрономии в 2012-2013 учебном году / Сост. Е. В. Горшкова, Т. В. Жбанникова, М. А. Кислицына, Е. И. Ковязин. – Киров: Изд-во ЦДООШ, 2013. – 15 с.

Авторы, составители и источники задач

Жбанникова Т. В.: 7-8.1, 7-8.4, 7-8.5, 7-8.6.

Горшкова Е. В.: 9.2, 9.3, 9.5, 9.6.

Кислицына М. А.: 10.1, 10.4

Ковязин Е. И.: 11.1, 11.2, 11.3, 11.4, 11.5, 11.6.

7-8.2 - В.Г. Сурдин Астрономические задачи с решениями, 2010 г.

7-8.3 – Областная олимпиада, Москва, 2009 г., школьный тур.

9.1, 9.4 – В. Г. Сурдин Астрономические задачи с решениями, 2010 г.

10.2 – задачи городской олимпиады 2007-08 уч. г., г. Киров.

10.3, 10.5 – задачи городской олимпиады 2005-06 уч.г., г. Киров.

10.6 – задача Санкт-Петербургской олимпиады 2008 г.

Подписано в печать 22.09.2013

Формат 60×84¹/₁₆ Бумага типографская. Усл. печ. л. 1,0

Компьютерный набор: М. Кислицына

Техническая редакция: К. Коханов

Тираж 1000 экз.

© Е. В. Горшкова, Т. В. Жбанникова, М. А. Кислицына, Е. И. Ковязин, 2013

© Государственное образовательное учреждение дополнительного образования детей – «Центр дополнительного образования для детей «Одаренный школьник», Киров, 2013 г.

ОРГКОМИТЕТУ И ЖЮРИ II (МУНИЦИПАЛЬНОГО) ЭТАПА ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО АСТРОНОМИИ

1. Рекомендуемая продолжительность олимпиады для учащихся 7–8-х классов – 2 часа, 9-х классов – 2 часа, 10-х классов – 2,5 часа, 11-х классов – 3 часа, не считая времени, потраченного на заполнение титульных листов и разъяснение условий задач.

2. Комплект заданий для каждой параллели состоит из 6 задач качественного и расчетного характера. Тестовые задачи не включены, так как не соответствуют уровню олимпиадных задач.

3. Сразу после выполнения заданий проводится разбор решений, о чем следует объявить учащимся перед началом олимпиады.

4. До проверки члены жюри должны решить все задачи, изучить предлагаемые решения и рекомендации по проверке и оцениванию заданий.

5. О сроках апелляции следует также сообщить участникам перед началом олимпиады. В процессе апелляции учащиеся знакомятся со своими результатами, и в случае несогласия с оценкой жюри, имеют право обосновать свое мнение, после чего жюри может повысить оценку или оставить ее без изменения.

6. Жюри наклеивает титульные листы на работы и проставляет в них результаты.

ОСОБЕННОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ МУНИЦИПАЛЬНОГО ЭТАПА

Во время работы над заданиями участник олимпиады имеет право:

1. Пользоваться любыми своими канцелярскими принадлежностями наряду с выданными оргкомитетом.

2. Пользоваться собственным непрограммируемым калькулятором.

3. Обращаться с вопросами по поводу условий задач, приглашая к себе наблюдателя поднятием руки.

4. Принимать продукты питания.

5. Временно покидать аудиторию, оставляя у наблюдателя свою тетрадь.

Во время работы над заданиями участнику запрещается:

1. Пользоваться мобильным телефоном (в любой его функции).

2. Пользоваться программируемым калькулятором или компьютером.

3. Пользоваться какими-либо источниками информации, за исключением листов со справочной информацией и наглядными пособиями, раздаваемыми Оргкомитетом перед туром.

4. Обращаться с вопросами к кому-либо, кроме наблюдателя, членов Оргкомитета и жюри.

5. Производить записи на собственную бумагу, не выданную оргкомитетом.

6. Одновременный выход из аудитории двух и более участников.

При проведении муниципального этапа лица, сопровождающие участников олимпиады, не имеют право подходить к аудиториям, где работают участники, до окончания этапа во всех аудиториях. Участники, досрочно сдавшие свои работы, могут пройти к сопровождающим, но не могут возвращаться к аудиториям. По окончании работы все участники покидают аудиторию, оставляя в ней тетради с решениями.

ЗАДАНИЯ

7–8 классы

1. Среди названий созвездий есть звери и птицы, герои мифов. Назовите созвездия, названия которых соответствуют предметам, встречающимся в школе на уроках.

2. Многие умеют определять стороны света по Солнцу, а можно ли определить их по полной Луне?

3. Какая Туманность не является туманностью? Какой метеорит не является метеоритом? Что Вы знаете об этих телах?

4. Перед Вами таблица с характеристиками внесолнечных планет. Какие планеты называются внесолнечными? При создании ракеты, развивающей скорость света, какую планету Вы предпочтете для межзвездного путешествия? Укажите примерное время экспедиции. Ответ обоснуйте.

<i>Название планеты</i>	<i>Масса (в сравнении с Землей)</i>	<i>Размер (в сравнении с Землей)</i>	<i>Температура поверхности (°C)</i>	<i>Расстояние от Земли (св. лет)</i>
Глизе 163 c	6,9	2	60 (при атмосфере сходной с земной)	50
Глизе 581 d	7	?	–18	20
HD40307 g	7	?	–20	41,8
HD 85512 b	4	?	25	36
Kepler-22 b	35	290	22 (при атмосфере сходной с земной)	620

[wikipedia. /wiki/Список_экзопланет_в_обитаемой_зоне](https://ru.wikipedia.org/wiki/Список_экзопланет_в_обитаемой_зоне)

5. 1) Какое небесное тело называют спутником? 2) В чем причина существования спутников? 3) Какие небесные тела имеют естественные спутники? 4) Какие небесные тела в Солнечной системе имеют искусственные спутники?

6. По данным, полученным астрономами с помощью космических аппаратов, крупнейший спутник этой планеты, второй по величине спутник в Солнечной системе, является единственным, кроме Земли, телом в Солнечной системе, для которого доказано существование жидкости на поверхности, и единственным спутником планеты, обладающим плотной атмосферой. Как называется эта планета и ее спутник? Назовите три главные качественные характеристики планеты.

9 класс

1. Если простой год начался понедельником, то каким днем недели он закончится? А если год високосный?

2. Что наблюдается чаще – прохождение Марса или Меркурия по диску Солнца?

3. Радиус планеты в 2,5 раза больше радиуса Земли. Во сколько раз отличается плотность этой планеты от плотности Земли, если ускорение свободного падения на ее поверхности такое же, как на поверхности Земли?

(Объем шара можно вычислить по формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3$).

4. За сколько времени энергией полного солнечного излучения можно довести до кипения воду во всех земных морях и океанах? А испарить ее всю? Для простоты примите начальную температуру воды за 0°C. (Площадь поверхности шара можно вычислить по формуле $S = 4\pi R^2$, средняя глубина океана h около 4 км, площадь воды составляет примерно 71% от площади поверхности земного шара, мощность излучения Солнца равна $4 \cdot 10^{26}$ Вт,

$c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$, $L = 2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$).

5. Меняется ли вид звезды при наблюдении в телескоп в зависимости от увеличения?

6. Какие метеорные потоки можно наблюдать на Луне? Объясните явление.

10 класс

1. Телескоп, Песочные часы, Розетка, Кольцо. Какой объект лишний в этом списке? Почему?

2. С поверхности какого небесного тела – Земли или Луны – легче осуществить запуск космического корабля к другим планетам? Какую скорость нужно для этого сообщить космическому кораблю в том и другом случае? (Масса Земли $6 \cdot 10^{24}$ кг, масса Луны $7,35 \cdot 10^{22}$ кг, радиус Земли 6378 км, радиус Луны 1738 км).

3. Комета начала 1986 года двигалась по орбите с большой полуосью 35,4 а. е. В каком году наблюдалось ее предыдущее прохождение?

4. Школьник, потеряв заводской окуляр от школьного телескопа (фокусное расстояние объектива 800 мм, диаметр объектива 80 мм), стал использовать в качестве окуляра объектив от фотоаппарата с фокусным расстоянием 100 мм. Можно ли наблюдать в такой телескоп и если можно, то в чем его недостаток? Диаметр зрачка человеческого глаза 6 мм.

5. Рассчитайте массу Земли, зная, что Луна обращается вокруг нее на среднем расстоянии 384 тыс. км, делая полный оборот за 27,35 сут.

6. Оцените величину атмосферного давления у поверхности Марса, если известно, что масса его атмосферы в 300 раз меньше, чем масса атмосферы Земли, а радиус Марса примерно в 2 раза меньше радиуса Земли. (Для простоты считайте, что плотности Земли и Марса примерно равны, а вся атмосфера Марса собрана в приповерхностном слое одинаковой плотности высотой h).

11 класс

1. Определите, какое максимальное время можно наблюдать прохождение Венеры по солнечному диску. Радиусы орбит Земли и Венеры считать равными соответственно 1 а. е. и 0,72 а. е. Видимый угловой радиус Солнца считать равным $\rho_c = 16'$. Видимый угловой радиус Венеры считать равным $\rho_v = 1'$.

2. В двадцатых числах сентября планета Марс, находясь в противостоянии, была видна рядом с точкой весеннего равноденствия. Определите с помощью рисунка примерное значение α - прямого восхождения Марса в дату зимнего солнцестояния. В какое время суток он будет виден? Радиус орбиты Марса $a_m = 1,52$ а. е.

3. Большая полуось орбиты Земли a_z видна со звезды под углом $\mu = 0'',01$. В ее спектре линия с длиной $\lambda = 1030 \text{ \AA}$ смещена к фиолетовому концу спектрограммы на величину $\Delta\lambda = 0,12 \text{ \AA}$. Кроме того, видимые координаты звезды изменяются за счет ее движения в пространстве на $\mu = 0'',12$ в год. Через сколько лет звезда приблизится на минимальное расстояние к Солнцу? ($\sin 1'' = 1/206265$)

4. Наблюдатель находится на географической широте φ . Определите, звезды с какими склонениями δ будут:

а) незаходящими;

б) невосходящими;

в) в верхней кульминации наблюдаться к северу от зенита;

Ответы поясните одним или несколькими рисунками.

5. Космический аппарат вращается вокруг Земли на высоте 10 000 км.

Радиус Земли 6370 км. Ускорение свободного падения на поверхности Земли $9,8 \text{ м/с}^2$. Определите скорость космического аппарата и период его обращения вокруг Земли.

6. Известно, что в полночь первого января Сириус (α в созвездии Б. Пса) виден низко над горизонтом над точкой юга. В какой части небосвода он будет виден в полночь 1 февраля?

УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕРКЕ И ОЦЕНКЕ ОЛИМПИАДНЫХ РАБОТ

1. Некоторые задачи могут иметь несколько способов решения. Выбранный учащимся способ решения не должен влиять на максимальную оценку, если верные рассуждения приводят к верному ответу.

2. Также следует обратить внимание, что при решении некоторых задач лучше брать более точное значение периода вращения Земли вокруг оси 23 ч 56 мин. Если учащийся использует значение 24 ч и это приводит к незначительному снижению точности ответа, то оценка не снижается.

3. За оригинальное решение, имеющее правильные рассуждения и приводящее к верному ответу или решение с предложением идей, расширяющих и дополняющих задание, может быть повышена максимальная стоимость ответа на 1 балл.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ И РАЗБАЛЛОВКА

7–8 классы

1. Среди 88 созвездий: Микроскоп, Телескоп, Треугольник, Часы, Циркуль, Наугольник.

Разбалловка: за любое правильное название созвездия – 0,5 балла.

Максимальная стоимость ответа составляет 3 балла.

2. 1) В полнолуние вечером Луна восходит на востоке.

2) На максимальную высоту поднимается в полночь на юге, при наблюдении за тенью можно определить положение на север – в этот момент самая короткая тень указывает на север.

3) Заходит на западе.

Разбалловка: за каждое правильное утверждение – по 1 баллу;

за понимание того, что Луна в полночь на максимальной высоте дополнительно – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 4 балла.

3. Туманность Андромеды – это название галактики, расположенной в созвездии Андромеды. Этот факт установил Хаббл.

Тунгусский метеорит – загадочное явление, имеющее в объяснении его природы только гипотезы. Одна из наиболее распространенных гипотез – падение осколка кометного ядра, но метеорит не обнаружен.

Разбалловка: за каждый правильный ответ – по 1 баллу;

за каждое правильное объяснение – по 1 баллу.

Максимальная стоимость ответа составляет 4 балла.

4. Планеты за пределами Солнечной системы называются внесолнечными. Из анализа таблицы следует: Глизе 581 d, самая близкая по отношению к Земле, продолжительность экспедиции более 40 лет.

Разбалловка: за определение внесолнечной планеты – 1 балл;

за анализ таблицы – 2 балла;

за понимание смысла единицы измерения расстояния в 1 световой год – 1 балл;

за оценку длительности путешествия – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 5 баллов.

5. 1) Спутником называется космическое тело, которое обращается вокруг более массивного тела. 2) Причиной является притяжение или гравитация. 3) У звезд спутники – планеты, у планет – спутники. Обнаружены спутники у астероидов. Считается, что гигантские галактики тоже имеют спутники – карликовые галактики. 4) Искусственные спутники ИС – это космические аппараты созданные человеком. В Солнечной системе есть ИС у Меркурия, Земли, Луны, Марса, Сатурна.

Разбалловка: за правильные ответы (1–3) – по 1 баллу;

в ответе (4) достаточно указать Луну, Землю и Марс – 2 балла.

Максимальная стоимость ответа составляет 5 баллов.

6. Это планета Сатурн и ее спутник Титан. Сатурн вторая по массе и размерам планета Солнечной системы. Относится к группе планет – газовых гигантов. Обладает системой колец, наблюдаемых с Земли в телескоп.

Разбалловка: Сатурн – 1 балл;

спутник Сатурна Титан – 1 балл;

за характеристики Сатурна – 3 балла (1 балл за каждую характеристику)

Максимальная стоимость ответа составляет 5 баллов.

Максимальное количество баллов за все задания: 26.

9 класс

1. В году – 365 дней, если год не високосный. В году 366 дней, если год високосный.

В году 52 целых недели. Это 364 дня. Год начался понедельником, значит, последний день 52-й недели – воскресенье. Тогда 365-й день приходится на понедельник.

Если год високосный, то добавляем еще один день. То есть, високосный год закончится вторником.

Разбалловка: за правильное указание дней в простом и високосном годах – 1 балл;

за правильные рассуждения для простого года – 2 балла;

за обобщение для високосного года – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 4 балла.

2. Прохождение Марса по диску Солнца вообще не может наблюдаться с Земли, так как Марс расположен дальше от Солнца, чем Земля.

Разбалловка: за правильный ответ и объяснение по 1 баллу.

Максимальная стоимость ответа составляет 2 балла.

3. Из второго закона Ньютона и закона всемирного тяготения следует, что $mg = G \frac{Mm}{R^2}$, где m – масса тела, M – масса планеты, R – радиус планеты.

Отсюда $g = G \frac{M}{R^2}$ (1).

Выразим массу планеты через ее плотность и объем: $M = \rho \cdot V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$, то

есть $g = G \frac{\rho 4\pi R^3}{3R^2} = \frac{4G\rho\pi R}{3}$. Для Земли $g_3 = \frac{4G\rho_3\pi R_3}{3}$ (2), для планеты

$g_{пл} = \frac{4G\rho_{пл}\pi R_{пл}}{3}$ (3). По условию задачи $g_3 = g_{пл}$, поэтому $\frac{4G\rho_3\pi R_3}{3} = \frac{4G\rho_{пл}\pi R_{пл}}{3}$.

После упрощения получаем $\rho_3 R_3 = \rho_{пл} R_{пл}$. Отсюда $\frac{\rho_3}{\rho_{пл}} = \frac{R_{пл}}{R_3}$ (4).

После подстановки данных получаем: $\frac{\rho_3}{\rho_{пл}} = 2,5$.

То есть плотность Земли больше плотности планеты в 2,5 раза.

Разбалловка: за правильное написание формулы для ускорения свободного падения через массу планеты (1) – 1 балл;

за правильное написание формул ускорения свободного падения через плотность и объем для Земли и планеты (2), (3) – по 2 балла;

за получение формулы отношения плотностей в окончательном виде (4) – 2 балла;

за окончательный ответ – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 8 баллов.

4. Средняя глубина океана около 4 км. Площадь поверхности земного шара найдем по формуле $S = 4\pi R^2$, где R – радиус Земли. Подставив значения, получим $S = 4 \cdot 3,14 \cdot (6,378 \cdot 10^6 \text{ м})^2 \approx 511 \cdot 10^{12} \text{ м}^2$.

Площадь поверхности воды $S_в = 511 \cdot 10^{12} \text{ м}^2 \cdot 0,71 \approx 363 \cdot 10^{12} \text{ м}^2$, объем воды $V = S_в \cdot h$ или численно $V = 363 \cdot 10^{12} \text{ м}^2 \cdot 4 \cdot 10^3 \text{ м} = 1452 \cdot 10^{15} \text{ м}^3 = 1,452 \cdot 10^{18} \text{ м}^3$, а масса $m = \rho \cdot V = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 1,452 \cdot 10^{18} \text{ м}^3 = 1,452 \cdot 10^{21} \text{ кг}$.

Время найдем из формулы: $t = \frac{Q}{N}$, где Q – количество теплоты, необходимое для нагревания воды на 100° , N – мощность излучения Солнца.

Здесь $Q = cm\Delta t$, $t = \frac{cm\Delta t}{N}$, $t = \frac{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{С}} \cdot 1,452 \cdot 10^{21} \text{ м}^3 \cdot 100^\circ\text{С}}{4 \cdot 10^{26} \text{ Вт}} \approx 1,5 \text{ с}$.

Пусть Q_k – количество теплоты, необходимое для испарения всей воды,

то $Q_k = Lm$, $Q_k = 2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 1,452 \cdot 10^{21} \text{ м}^3 \approx 3,3 \cdot 10^{27} \text{ Дж}$, $t_k = \frac{Q_k}{N}$,

$$t_k = \frac{3,3 \cdot 10^{27} \text{ Дж}}{4 \cdot 10^{26} \text{ Вт}} \approx 8,25 \text{ с}.$$

То есть, чтобы нагреть всю воду от 0°С до кипения понадобится 1,5 с, а чтобы полностью ее испарить понадобится еще 8,25 с.

Разбалловка: за нахождение площади поверхности воды на земном шаре – 2 балла;

за нахождение объема воды – 2 балла;

за написание формул для расчета количества теплоты, необходимой для нагревания и кипения – по 1 баллу;

за правильные расчеты в обоих случаях – 2 балла.

Максимальная стоимость ответа составляет 8 баллов.

5. Нет. Так как звезды удалены от нас на огромные расстояния, в телескоп они видны как точки даже при наибольшем возможном увеличении.

Разбалловка: за правильный ответ – 2 балла.

Максимальная стоимость ответа составляет 2 балла.

6. Метеор – это явление свечения в атмосфере, наблюдаемое при влете в нее из космоса быстро движущегося тела. При этом поверхность тела и окружающие его газы нагреваются. Это свечение мы и видим. Предмет может полностью сгорать, а может частично сохраниться, упав на поверхность в виде метеорита. Метеориты на Луну падают, но метеоры не наблюдаются, так как на Луне нет атмосферы.

Разбалловка: за указание того, что метеоры на Луне не наблюдаются – 2 балла;

за объяснение того, что такое метеор – 2 балла;

за объяснение того, чем метеор отличается от метеорита – 2 балла.

Максимальная стоимость ответа составляет 6 баллов.

Максимальное количество баллов за все задания: 30 баллов.

10 класс

1. Телескоп – созвездие, оно является лишним в списке.

Остальные объекты - туманности.

Разбалловка: за правильно исключенный объект – 1 балл;

за название класса объектов - по 1 баллу.

Максимальная стоимость ответа составляет 3 балла.

2. С поверхности Луны легче осуществить запуск, так как Луна имеет меньшую массу, и поэтому на ней слабее тяготение.

Рассчитаем вторую космическую скорость, которую необходимо сообщить телу, чтобы оно смогло преодолеть притяжение планеты, по формуле:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}. \text{ Для Земли } v_{\oplus} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Нм}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{6378 \cdot 10^3 \text{ м}}} \approx 11,2 \cdot 10^3 \text{ м/с} = 11,2 \text{ км/с}.$$

$$\text{Для Луны: } v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Нм}^2}{\text{кг}^2} \cdot 7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}}{1738 \cdot 10^3 \text{ м}}} \approx 2,4 \cdot 10^3 \text{ м/с} = 2,4 \text{ км/с}.$$

Разбалловка: за ответ, что с поверхности Луны легче осуществить запуск и пояснение – 2 балла;

за указание того, что нужно сообщить вторую космическую скорость – 1 балл;

за расчет скоростей – по 1 баллу.

Максимальная стоимость ответа составляет 5 баллов.

3. На основании III закона Кеплера: $\frac{T^2}{T_{\oplus}^2} = \frac{a^3}{a_{\oplus}^3}$ (1), где для Земли

$T_{\oplus} = 1 \text{ год}, a_{\oplus} = 1 \text{ а. е.}$ Тогда период обращения кометы найдем по формуле:

$$T = T_{\oplus} \frac{a}{a_{\oplus}} \sqrt{\frac{a}{a_{\oplus}}} \quad (2). \text{ Численно } T = 1 \text{ год} \frac{35,4 \text{ а. е.}}{1 \text{ а. е.}} \sqrt{\frac{35,4 \text{ а. е.}}{1 \text{ а. е.}}} \approx 210,6 \text{ лет}.$$

Ответ: предыдущее прохождение кометы наблюдалось в 1775 года.

Разбалловка: за идею и написание формулы (1) – 1 балл;

за получение выражения (2) – 1 балл;

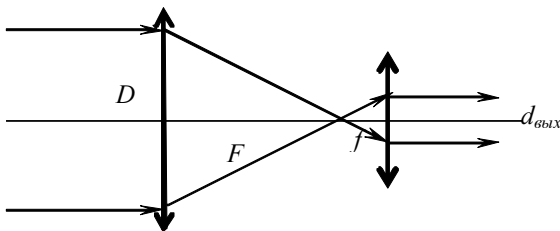
за расчет периода кометы – 1 балл;

за ответ – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 4 балла.

4. Из рисунка $\frac{F}{f} = \frac{D}{d_{\text{вых}}}$. Тогда диаметр выходящего пучка света:

$$d_{\text{вых}} = \frac{D \cdot f}{F}; d_{\text{вых}} = \frac{80 \text{ мм} \cdot 100 \text{ мм}}{800 \text{ мм}} = 10 \text{ мм}.$$



Значит, поскольку диаметр зрачка человеческого глаза 6 мм, то часть света, собираемого объективом, не попадет в глаз. Значит, наблюдатель не сможет увидеть такие слабые звезды, которые он мог бы увидеть с объективом диаметром 6 мм и менее.

Разбалловка: за идею решения и формулу – 2 балла;

за расчет диаметра выходящего пучка – 1 балл;

за правильный ответ и пояснение – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 4 балла.

5. Найдем из закона всемирного тяготения силу взаимодействия двух небесных тел: $F = G \frac{Mm}{R^2}$ (1), где M – масса Земли, m – масса Луны, R – среднее расстояние от Земли до Луны.

Сила тяготения сообщает Луне центростремительное ускорение $F = ma_{\text{ц}} = \frac{mv^2}{R}$ (2), откуда орбитальная скорость Луны равна $v = \frac{2\pi R}{T}$ (3).

Из формул (1), (2), (3): $G \frac{Mm}{R^2} = \frac{4\pi^2 mR}{T^2}$, $G \frac{M}{R^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$, $M = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}$ (4).

Численно $M = \frac{4 \cdot 3,14^2 (3,84 \cdot 10^8 \text{ м})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot ((27,35 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с})^2)} \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$.

Разбалловка: за идею решения и формулу (1) – 1 балл;

за формулу (2) – 1 балл;

за формулу (3) – 1 балл;

за формулу (4) – 2 балла;

за окончательный результат – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 6 баллов.

6. Достаточно точную оценку можно сделать, если считать, что вся атмосфера Марса собрана в приповерхностном слое одинаковой плотности, равной плотности у поверхности, тогда давление можно вычислить по формуле: $p = \rho gh$ (1), где ρ – плотность атмосферы у поверхности, g – ускорение свободного падения на поверхности, h – высота слоя атмосферы.

Такая атмосфера получается довольно тонкой, поэтому изменением g с высотой можно пренебречь.

Масса атмосферы равна $m = \rho 4\pi R^2 h$ (2), где R – радиус Марса, $g = \frac{GM}{R^2}$ (3), где M – масса Марса. Отсюда $p = \frac{m}{4\pi R^2 \cdot h} \cdot \frac{GM}{R^2} \cdot h = \frac{G}{4\pi} \cdot \frac{mM}{R^4}$ (4)

Отношение M/R^3 пропорционально плотности планеты, поэтому давление атмосферы пропорционально $m\rho/R$ (5).

Аналогично для Земли p' пропорционально $\frac{m'\rho'}{R'}$ (6).

Тогда отношение плотностей атмосферы у поверхности Марса и у поверхности Земли равно $\frac{p}{p'} = \frac{m\rho R'}{m'\rho' R}$ (7)

Так как средние плотности Земли и Марса близки, то отношением их плотностей можно пренебречь. Тогда $\frac{p}{p'} = \frac{mR'}{m'R}$ (8), где отношение масс ат-

мосфер $\frac{m}{m'} = \frac{1}{300}$, отношение радиусов планет $\frac{R'}{R} = 2$.

Окончательно получаем, что атмосферное давление на поверхности Марса составляет $\frac{1}{150}$ земного, то есть $\frac{10^5 \text{ Па}}{150} \approx 0,67 \text{ кПа}$ (9).

Разбалловка: за идею решения и формулу (1) – 2 балла;

за формулу (2) – 1 балл;

за формулу (3) – 1 балл;

за формулу (4) – 1 балл;

за выводы (5), (6) – 1 балл;

за вывод (8) – 1 балл,

за окончательный результат – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 8 баллов.

Максимальное количество баллов за все задания: 30.

11 класс

1. Зная радиусы орбит Земли и Венеры, определим периоды их обращения из III закона Кеплера: $\frac{T_B^2}{T_3^2} = \frac{a_B^3}{a_3^3}$ (1),

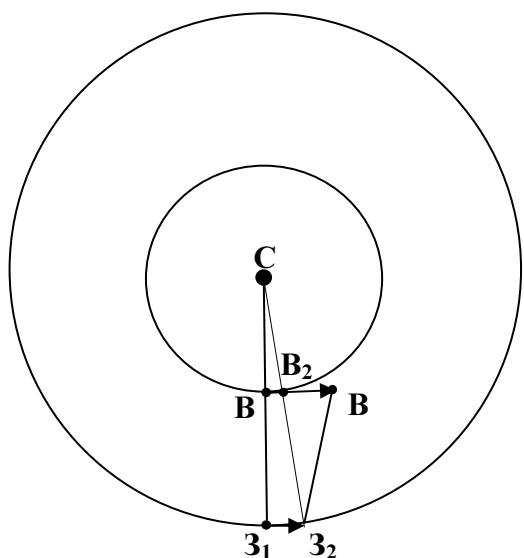


Рис. 1

$$T_B = T_3 \cdot \frac{a_B}{a_3} \sqrt{\frac{a_B}{a_3}} = 12 \cdot 0,72 \sqrt{0,72} \approx 0,61 \text{ г}, \quad \text{а}$$

также их орбитальные скорости: $v = \frac{2\pi a}{T}$,

$$\text{значит } v_B = \frac{2\pi \cdot 0,72 \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}}{0,61 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}} \approx 35 \text{ км/с},$$

$$v_3 = \frac{2\pi \cdot 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}}{365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}} \approx 29,8 \text{ км/с}.$$

Определим, какое расстояние по своей орбите пройдут эти планеты за любой небольшой промежуток времени, например за 1 сутки (рис. 1): $S = v \cdot \Delta T$ (2), то есть $S_3 = Z_1 Z_2 = v_3 \Delta T = 29,8 \text{ км/с} \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} \approx 2,6 \cdot 10^6 \text{ км}$,

$$S_B = B_1 B_3 = v_B \Delta T = 35 \text{ км/с} \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} \approx 3 \cdot 10^6 \text{ км}$$

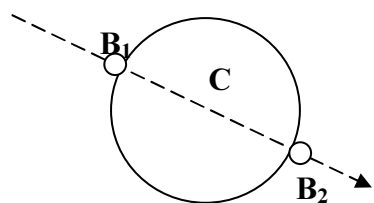


Рис. 2

Из рис. 1 видно, что относительно линии Земля-Солнце Венера переместилась на отрезок $B_2 B_3$, который равен $B_2 B_3 = (B_1 B_3 - B_1 B_2)$.

Из соотношения сторон треугольников $B_1 C B_2$ и $Z_1 C Z_2$ получаем: $\frac{B_1 B_2}{Z_1 Z_2} = \frac{C B_1}{C Z_1} = \frac{a_B}{a_3} = \frac{0,72 \text{ а.е.}}{1 \text{ а.е.}}$,

$$B_1 B_2 = Z_1 Z_2 \times 0,72 \approx 1,87 \cdot 10^6 \text{ км},$$

$$B_2 B_3 = B_1 B_3 - B_1 B_2 = 3 \cdot 10^6 - 1,87 \cdot 10^6 = 1,13 \cdot 10^6 \text{ км}.$$

С Земли этот отрезок виден под углом $B_2 Z_2 B_3 = \alpha$. Величину этого малого угла определяем из соответствующего треугольника $B_2 Z_2 B_3$:

$$\alpha \approx \frac{B_2 B_3}{B_2 Z_2} \approx \frac{1,13 \cdot 10^6 \text{ км}}{0,28 \cdot 149,6 \cdot 10^6 \text{ км}} \approx 0,027 \text{ рад} \approx 1,55^\circ \quad (3).$$

На такой угол Венера смещается относительно линии Солнце-Земля за одни сутки. Тогда можно легко посчитать, за какое время ΔT она сместится на угол $34' = 0^\circ,57$ (угловой диаметр Солнца плюс два угловых диаметра Венеры (рис. 2)): $\Delta T = \frac{0,57^\circ \cdot 24 \text{ ч}}{1,55^\circ} \approx 8,8 \text{ ч}.$

Разбалловка: за знание третьего закона Кеплера (1) и правильный расчет периодов обращений Земли и Венеры вокруг Солнца – 1 балл;

за правильный расчет их скоростей движения по орбите – 2 балла;

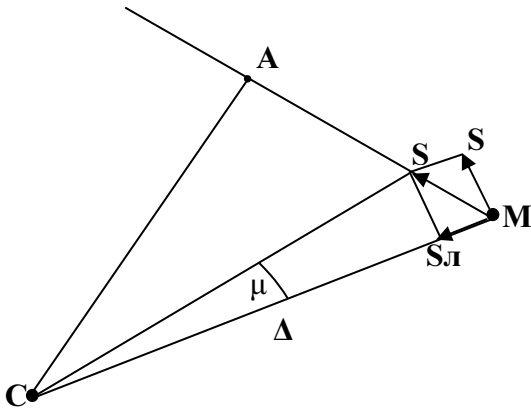
за нахождение величины смещения за небольшой промежуток времени (2) – 1 балл;

за правильное понимание того, что для решения задачи нужно при наблюдении с Земли определить угловую скорость движения Венеры относительно линии Земля – Солнце и правильный расчет ее величины (3) – 2 балла;

за правильный ответ – 2 балла.

Максимальная стоимость ответа составляет 8 баллов.

3. Определим расстояние до звезды: $\Delta = a_3 / \sin \mu = 20626500$ а. е. Годичный путь звезды в пространстве MS раскладываем на две составляющих: годичное перемещение по лучу зрения MS_L и годичное перемещение поперек луча зрения MS_T . Определяем величину MS_L как произведение лучевой скорости звезды на длительность года.



Лучевую скорость найдем, учитывая эффект Доплера: $v_L = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \cdot c$.

Тогда

$$MS_L = v_L \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \cdot c \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \approx 1,102 \cdot 10^{12} \text{ м} \approx 7,37 \text{ а. е.}$$

Из фигуры CMS_T , близкой к треугольнику, по известному углу μ и расстоянию до звезды Δ находим годичное перемещение звезды поперек луча зрения:

$$MS_T = \Delta \cdot \sin \mu = 20626500 \text{ а. е.} \cdot \sin 0,12'' = 20626500 \text{ а. е.} \cdot \frac{0,12}{206265} = 12 \text{ а. е.}$$

Годичный путь звезды в пространстве: $MS = \sqrt{7,37^2 + 12^2} \approx 14,08 \text{ а. е.}$,

$$\angle SMS_L = \arccos \frac{MS_L}{MS} = \arccos \frac{7,37 \text{ а. е.}}{14,08 \text{ а. е.}} = \arccos 0,52,$$

$$MA = \Delta \cdot \cos 58,67^\circ = 20626500 \text{ а. е.} \cdot \cos 58,67^\circ \approx 10725088 \text{ а. е.}$$

Так как годичное перемещение звезды в пространстве равно $MS = 14,08$ а. е., то расстояние MA звезда пройдет за время:

$$\Delta T = \frac{MA}{MS} = \frac{10725088 \text{ а. е.}}{14,08 \text{ а. е./год}} \approx 761725 \text{ лет} \approx 7,6 \cdot 10^5 \text{ лет}.$$

Примечание: определенные затруднения вызывает определение значения синуса очень малых углов. Поэтому в тексте задачи приводится величина $\sin 1'' = 1/206265$. Зная это, можно определить значение синуса другого сколь угодно малого угла.

Разбалловка: за правильный рисунок – 1 балл;

за правильный расчет перемещения звезды по лучу зрения и поперек его за любой промежуток времени – 2 балла;

за правильный расчет полного пути звезды за это время – 1 балл;

за правильное определение значения угла между направлением на Солнце и направлением движения звезды – 1 балл;

за правильное определение промежутка времени, через который звезда будет ближе всего к Солнцу – 2 балла.

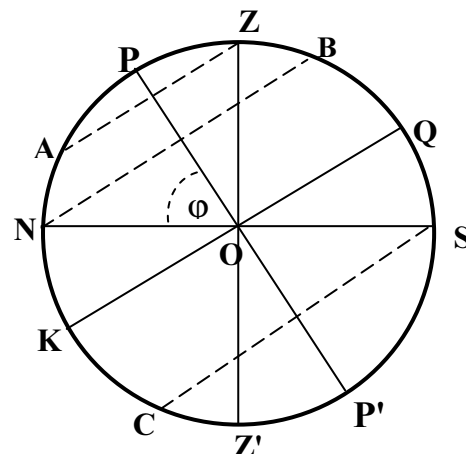
Максимальная стоимость ответа составляет 7 баллов.

4. а) $\delta \geq 90^\circ - \varphi$ – звезды, лежащие выше линии NB;

б) $\delta \leq -(90^\circ - \varphi)$ – звезды, лежащие ниже линии SC;

в) $\delta > \varphi$ – звезды, лежащие выше линии AZ.

Разбалловка: за понимание того, что высота полюса мира над горизонтом равна $\varphi - 1$ балл;
за каждый правильный ответ – по 1 баллу;
за правильный рисунок или рисунки – 1 балл.
Максимальная стоимость ответа составляет 5 баллов.



5. Можно предложить несколько способов решения данной задачи, особенно если использовать дополнительные справочные данные. Один из них предполагает, что школьнику известно следующее:

а) центростремительное ускорение любого тела, вращающегося вокруг Земли, на какой то высоте – это ускорение свободного падения на этой высоте;

б) величина ускорения свободного падения обратно пропорциональна квадрату расстояния от центра Земли $g \sim 1/R^2$;

в) величина центростремительного ускорения $a_{ц} = \frac{v^2}{R}$.

Радиус орбиты $R_{орб} = R_З + H = 16370$ км; радиусы орбиты и Земли относятся как $R_{орб}/R_З = 2,57$; ускорение свободного падения на высоте орбиты

$$g_H = \frac{9,8 \text{ м/с}^2}{2,57^2} = 1,48 \text{ м/с}^2 = a_{ц}.$$

Из соотношения $a_{ц} = \frac{v^2}{R}$ скорость $v = \sqrt{a_{ц} \cdot R} = 4,92$ км/с и период его

обращения вокруг Земли $T = \frac{2\pi R_{орб}}{v} = 20895 \text{ с} = 5 \text{ ч } 48 \text{ м } 15 \text{ с}.$

Разбалловка: за понимание того, что ускорение свободного падения космического аппарата это и есть его центростремительное ускорение – 1 балл;

за правильный расчет величины ускорения – 1 балл;

за правильный расчет величины скорости движения – 1 балл;

за правильное определение периода – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 4 балла.

6. В полночь 1 января Солнце находится в нижней кульминации под точкой севера. За каждые сутки, двигаясь по эклиптике, оно перемещается на один градус в сторону противоположную суточным движениям светил. За январь оно переместится примерно на 30 градусов. Следовательно, в полночь 1 февраля в момент нижней кульминации Солнца Сириус будет находиться примерно на 30 градусов правее Солнца (т.е. на юго-западе).

Разбалловка: за правильное знание направления перемещения Солнца по эклиптике – 1 балл;

за правильное знание скорости перемещения Солнца по эклиптике – 1 балл;

за правильный ответ – 1 балл.

Максимальная стоимость ответа составляет 3 балла.

Максимальное количество баллов за все задания: 34.