



XLIII РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

КИРОВСКАЯ ОБЛАСТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

II (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП

МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧИ, РЕШЕНИЯ, МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Киров
2016

*Оргкомитету и жюри муниципального этапа
математической олимпиады школьников*

Уважаемые коллеги!

В начале олимпиады напомните участникам, что нужно не только приводить ответы, но и *обосновывать* их (в этом, по существу, и состоит решение задачи, а ответ — лишь его результат).

Продолжительность олимпиады составляет для 5-7 кл. — 2,5 часа, для 8 кл. — 3 часа, для 9 кл. — 3,5 часа, для 10-11 кл. — 3 часа 55 минут, не считая времени, потраченного на заполнение титульных листов работ и разъяснение условий задач.

После олимпиады (лучше всего — в тот же день) просим провести *разбор задач* для ее участников.

Отзывы об этой брошюре и олимпиадных заданиях направляйте по адресу: 610005, г. Киров, 5, а/я 1026, ЦДООШ.

Автор благодарен А. В. Черанёвой, О. В. Старостиной, И. А. Семёновой, В. В. Сидорову за помощь и критику.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕРКЕ И ОЦЕНКЕ ОЛИМПИАДНЫХ РАБОТ

1. Решение каждой задачи, независимо от её трудности, оценивается из 7 баллов. Жюри не имеет права изменять цену задачи. Каждая оценка должна быть целым числом, не меньшим 0 и не большим 7, дробные оценки не допускаются.

2. При оценке рассуждений в олимпиадных работах, как правило, сначала дается ответ на принципиальный вопрос: являются ли они решением задачи (хотя, может быть, и с различными недостатками) или не являются (хотя, может быть, и содержат существенное продвижение в направлении решения). В первом случае оценка должна быть не ниже 4, во втором — не выше 3.

3. По проверке и оценке решений большинства задач мы даём конкретные указания. Они помещаются после наших решений и отмечены значком •. В случаях, не предусмотренных конкретными указаниями, оценка определяется по следующим общим правилам:

<i>Оценка</i>	<i>З а ч т о с т а в и т с я</i>
7	Верное решение
6	Верное решение с небольшими недочётами
5	Решение в целом верно, но имеет заметные недочёты
4	Решение в основных чертах верно и выполнено более чем наполовину, но существенно неполно
3	Решение в целом отсутствует, но рассуждения содержат существенное продвижение в верном направлении
1-2	Решение в целом отсутствует, но содержит более или менее заметное продвижение в верном направлении
0	Решение полностью неверно или отсутствует

Решение, выполненное более чем наполовину, считается *существенно неполным*, если:

- ✓ содержит основные нужные идеи, но не доведено до конца;
- ✓ при верной общей схеме рассуждений явно или скрыто опирается на важные недоказанные утверждения, которые нельзя считать известными или очевидными;
- ✓ состоит в разборе нескольких возможных случаев, и хотя бы один *существенный* случай упущен или разобран неверно;
- ✓ состоит из двух частей (например, доказательства необходимости и достаточности либо доказательства оценки и построения примера), из которых верно выполнена только одна, причём более сложная.

При расхождении между общими и конкретными указаниями применяются конкретные.

4. При оценке решений на олимпиаде учитываются *только их правильность, полнота и обоснованность*. Нельзя снижать оценку за «нерациональность» решения (кроме отдельных редких случаев, когда это прямо предусмотрено конкретными указаниями по проверке данной задачи). ***Ни при каких обстоятельствах нельзя снижать оценку за нетиповое оформление решения, исправления, пометки и т.п.***

5. Оценивая олимпиадные работы, следует отличать принципиальные (прежде всего — логические) ошибки от технических, каковыми являются, например, вычислительные ошибки в *не вычислительной* задаче (алгебраические ошибки в *вычислительной* задаче часто являются принципиальными). Технические ошибки, не искажающие логику решения, следует приравнивать к недочетам.

6. Мы постоянно ориентируем школьников на необходимость обоснования решений. Но при этом не следует требовать большего уровня строгости, чем принято в обычной школьной практике. Умение хорошо *догадываться* на олимпиаде должно цениться выше, чем умение хорошо изложить решение.

7. Ответ, найденный логическим путем, как правило, оценивается выше, чем найденный слепым подбором.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 5 КЛАССА

Задача 1. У Пети есть восемь карточек с цифрой 9 и много карточек со знаками арифметических действий (+, −, ×, :) и скобками. Как ему составить выражение, равное 2016?

Решение. Например, так: $999+999+9+9$. Или так: $999 \times ((9+9):9) + 9+9$.

♦ За любой верный пример 7 баллов. При проверке надо иметь в виду, что кроме приведённых нами примеров есть и другие.

Задача 2. У каждого из троих ребят есть старинные монеты. У первого и второго вместе на 6 монет больше, чем у второго и третьего. Сколько монет у каждого, если у всех троих вместе 10 монет? Как Вы рассуждали?

Ответ. У первого 7 монет, у второго — 2 монеты, у третьего — одна монета.

Решение. Так как у первого и второго вместе на 6 монет больше, чем у второго и третьего, у первого на 6 монет больше, чем у третьего. Отберём у каждого из ребят по монете. Теперь у них вместе 7 монет, и у первого по-прежнему на 6 монет больше, чем у третьего. Если при этом у третьего осталась хотя бы одна монета, то у первого хотя бы 7 монет, и вместе у них хотя бы 8 монет, чего не может быть. Значит, у третьего монет не осталось, у первого — 6 монет, а у второго — $7-6 = 1$ монета. А первоначально у каждого было на одну монету больше, что и даёт нам ответ.

♦ За верный ответ 4 балла, за пояснения добавляется до 3 баллов (в 3 балла оцениваются пояснения, из которых ясно видно, почему других ответов у задачи нет).

Задача 3. Живёт на свете странный мальчик. По понедельникам, средам и пятницам он всегда врёт, по четвергам и субботам всегда говорит правду, по воскресеньям может и врать, и правду говорить, а по вторникам вообще отказывается отвечать на любые вопросы. Однажды у него четыре дня подряд спрашивали, как его зовут. В первый день ответил: «Коля», во второй: «Вася», в третий: «Миша», а на четвёртый день: «Вова». Как могут звать мальчика? Укажите все возможности и объясните, почему других возможностей нет.

Ответ. Вася. **Решение.** Так как мальчик назвал четыре разных имени, он по крайней мере три раза соврал. Значит, были два дня подряд, когда он лгал. Это могли быть только воскресенье и понедельник. Так как по вторникам мальчик на вопросы не отвечает, воскресенье и понедельник были двумя последними днями, когда ему задавали вопросы. Значит, он ответил правду во второй день — субботу, и его зовут Вася.

♦ За ответ без всякого обоснования 0 баллов. За ответ с проверкой правильности (указанием, в какие дни недели мальчику задавали вопросы) 4 балла. Объяснение, почему других ответов нет, оценивается из 3 баллов. Все эти баллы суммируются.

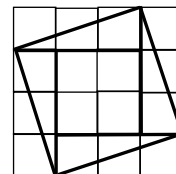
• См. также задачу 2 для 9 класса.

Задача 4. Можно ли, используя только цифры 2, 3, 7 и 8, записать три числа, одно из которых равно произведению двух других? Если можно — укажите эти числа, если нельзя — объясните, почему.

Ответ. Нельзя. **Решение.** Записав для чисел 2, 3, 7 и 8 таблицу умножения, увидим, что все последние цифры произведений там равны 1, 4, 6 или 9. Поэтому произведение двух чисел, записанных только цифрами 2, 3, 7 и 8, не может оканчиваться на 2, 3, 7 или 8.

♦ Ответ «нельзя» без обоснования: 0 баллов.

Задача 5. На клетчатой бумаге нарисовали прямоугольник, составленный из трёх соседних клеточек. Какова площадь квадрата, сторона которого равна диагонали этого прямоугольника, если сторона клеточки равна 1 см? Ответ объясните.



Ответ. 10 кв. см. **Решение.** На рисунке справа квадрат с указанной стороной разбит на четыре треугольника и четыре клеточки. При этом из четырёх треугольников можно сложить два прямоугольника размером 1×3. Значит, площадь квадрата равна $4+2\cdot 3 = 10$ кв. см.

♦ Верный ответ без обоснования: 0 баллов. Измерения на чертеже — не обоснование.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 6 КЛАССА

Задача 1. Половина деревьев в роще — берёзы, треть — сосны, а остальные деревья — это 100 осин и 200 елей. Сколько деревьев в роще?

Ответ. 1800. **Решение.** 100 осин и 200 елей составляют $1-1/2-1/3 = 1/6$ часть всех деревьев в роще. Поэтому всего в роще $(100+200)\cdot 6 = 1800$ деревьев.

♦ За ответ без обоснования 1 балл.

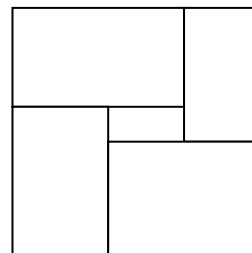
Задача 2. Живёт на свете странный мальчик. По понедельникам, средам и пятницам он всегда врёт, по четвергам и субботам всегда говорит правду, по воскресеньям может и врать, и правду говорить, а по вторникам вообще отказывается отвечать на любые вопросы. Однажды у него четыре дня подряд спрашивали, как его зовут. В первый день ответил: «Коля», во второй: «Вася», в третий: «Миша», а на четвёртый день: «Вова». Как могут звать мальчика? Укажите все возможности и объясните, почему других возможностей нет.

Ответ. Вася. **Решение.** См. решение задачи 3 для 5 класса.

♦ За ответ без всякого обоснования 0 баллов. За ответ с проверкой правильности (указанием, в какие дни недели мальчику задавали вопросы) 4 балла. Объяснение, почему других ответов нет, оценивается из 3 баллов. Все эти баллы суммируются.

• См. также задачу 3 для 7 класса.

Задача 3. Квадрат разрезали на пять прямоугольников как показано на рисунке. Докажите, что сумма периметров этих прямоугольников меньше утроенного периметра квадрата. (Рисунок неточный, измерениями на нём ничего доказать нельзя!)



Решение. У каждого из четырёх внешних прямоугольников на сторонах квадрата лежат по две смежные стороны, то есть половина периметра. Значит, сумма периметров этих прямоугольников равна удвоенному периметру квадрата. У пятого же прямоугольника, целиком лежащего внутри квадрата, каждая из сторон короче стороны квадрата. Значит, его периметр меньше периметра квадрата, что и завершает доказательство.

♦ Если показано только, что сумма периметров четырёх внешних прямоугольников равна удвоенному периметру квадрата — 2 балла. «Решение» измерениями на чертеже — 0 баллов. Рассмотрен только конкретный частный случай — 0 баллов.

Задача 4. Расшифруйте ребус $КУБ+КУБ = БУК$, где одинаковыми буквами зашифрованы одинаковые цифры, а разными буквами — разные цифры. Найдите все решения и объясните, почему других решений нет.

Ответ. Решений нет. **Решение.** Так как сумма $КУБ+КУБ$ — трёхзначное число, $Б$ больше, чем $К$. Так как при этом $Б+Б$ оканчивается на $К$, то $Б+Б = 10+К$ (1). Но тогда в разряд десятков идёт единица переноса, то есть $2У+1$ оканчивается на $У$. Такое возможно только при $У = 9$ (2). Но тогда в разряд сотен тоже идёт единица переноса, то есть $Б = 2К+1$ (3). Поставляя это равенство в (1), получаем $4К+2 = 10+К$, откуда $3К = 8$, что невозможно.

♦ За обоснование равенств (1), (2) и (3) — по 1 баллу, эти баллы суммируются. Из оставшихся 4 баллов оценивается обоснование отсутствия решения.

Задача 5. Известно, что среди 100 шаров 51 радиоактивный. Имеется прибор, в который можно положить два шара, и если оба радиоактивны, то загорится лампочка. Как найти все радиоактивные шары, используя прибор а) не более 148 раз? б) не более 146 раз?

Решение. Разобьём шары на 50 пар и испытаем 49 из них. Если одно из этих испытаний выявило два радиоактивных шара, испытаем с одним из них 97 из оставшихся 98 шаров. После этого мы про 99 шаров будем знать, какие из них радиоактивны. Если таких шаров 50, оставшийся шар радиоактивен, а если 51, то нет. Мы нашли все радиоактивные шары за $49+97 = 146$ испытаний.

Пусть ни одно из первых 49 испытаний не зажгло лампочку. Тогда в первых 49 парах не более 49 радиоактивных шаров. Значит, оба шара в оставшейся паре радиоактивны, и мы можем повторить с ними описанную выше процедуру испытания 97 из 98 шаров, снова получив 146 испытаний.

♦ Пункт а) без пункта б) оценивается из 4 баллов.

• См. также задачи 5 для 7 и 11 классов и задачи 6 для 8–10 классов.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 7 КЛАССА

Задача 1. Большая свеча горит 20 минут, маленькая свеча — 15 минут. У Пети есть две больших свечи и две маленьких. Как ему отмерить 10 минут?

Решение. Зажжём одновременно большую и маленькую свечи. Когда догорит маленькая — зажжём вторую маленькую. Когда догорит большая свеча, пройдёт 20 минут, и от второй маленькой свечи останется десятиминутный огарок. Им мы и отмерим 10 минут.

Задача 2. Когда числитель первой дроби умножили на 2, а знаменатель второй — на 3, сумма этих двух дробей не изменилась. Чему равно частное от деления первой дроби на вторую?

Ответ. $2/3$. **Решение.** Пусть первая дробь равна a , а вторая равна b . Условие задачи означает, что $2a+b/3 = a+b$, откуда $a = 2b/3$, то есть $a/b = 2/3$.

♦ Верный ответ без всякого объяснения: 0 баллов. Верный ответ, полученный рассмотрением конкретного примера двух подходящих дробей: 2 балла. Уравнение верно составлено, но неверно решено: 4 балла.

Задача 3. Живёт на свете странный мальчик. По понедельникам, средам и пятницам он всегда врёт, по вторникам, четвергам и субботам всегда говорит правду, а по

воскресеньям может и врать, и правду говорить. Однажды у него четыре дня подряд спрашивали, как его зовут. В первый день ответил: «Коля», во второй: «Вася», в третий: «Миша», а на четвёртый день: «Вова». Как могут звать мальчика? Укажите все возможности и объясните, почему других возможностей нет.

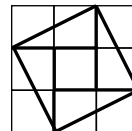
Ответ. Вася или Миша. **Решение.** Так как мальчик назвал четыре разных имени, он по крайней мере три раза соврал. Значит, были два дня подряд, когда он лгал. Это могли быть только воскресенье и понедельник. Поэтому вопросы могли задавать либо с пятницы по понедельник, либо с субботы по вторник, либо с воскресенья по среду. Второй вариант не годится, потому что тогда мальчик дважды сказал бы правду. В первом случае он ответил правду на второй вопрос, то есть его зовут Вася. В третьем случае он ответил правду на третий вопрос, то есть его зовут Миша.

♦ Указание ответа без проверки его правильности *не оценивается*. За указание каждого из двух ответов с проверкой правильности (указанием, в какие дни недели мальчику в этом случае задавали вопросы) *по 2 балла*. Объяснение, почему ответов только два, оценивается *из 3 баллов*.

- См. также задачу 3 для 5 класса.

Задача 4. Как разрезать квадрат площади 5 на квадрат площади 1 и четыре равных треугольника?

Решение. См. рисунок справа.



♦ Для полного балла достаточно верного рисунка на клетчатой бумаге, формального обоснования равенства треугольников в этом случае не требуется.

Задача 5. Известно, что среди 100 шаров 34 радиоактивны. Имеется прибор, в который можно положить два шара, и если оба радиоактивны, то загорится лампочка. Как найти хотя бы один радиоактивный шар, используя прибор не более 99 раз?

Решение. Отложим один шар, а оставшиеся 99 шаров разобьём на 33 тройки. Для каждой из троек испытаем все три имеющихся в ней пары. Если хоть раз загорится лампочка, мы нашли два радиоактивных шара не более чем за 99 испытаний. Если же она не загорится ни разу, в каждой из наших троек не более одного радиоактивного шара, и оставшийся шар должен быть радиоактивным.

- См. также задачи 5 для 6 и 11 классов и задачи 6 для 8–10 классов.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 8 КЛАССА

Задача 1. Найдите хотя бы одну дробь, значение которой не изменится, если её числитель увеличить на 2, а знаменатель — на 9.

Ответ. $\frac{2}{9}$ (и любая равная ей дробь). **Решение.** Пусть $\frac{a}{b}$ — искомая дробь. По условию $\frac{(a+2)}{(b+9)} = \frac{a}{b}$. Умножив обе части этого равенства на $b(b+9)$ и приведя подобные члены, получим равенство $2b = 9a$, откуда $\frac{a}{b} = \frac{2}{9}$.

♦ Для полного балла достаточно одного верного примера, объяснять, как он был найден, не обязательно. За отсутствие проверки оценка также не снижается.

Задача 2. Есть четыре одинаковых больших торта и четыре одинаковых маленьких. Разрешается провести одно взвешивание на чашечных весах без гирь. Ника-

ких других действий совершать нельзя. Как узнать, что весит больше: половина маленького торта или треть большого?

Решение. На одну чашу весов положим три маленьких торта, а на другую — два больших. В трёх маленьких тортах шесть половин, в двух больших — шесть третей. Поэтому если перевесит чаша с тремя маленькими тортами, то больше весит половина маленького торта, а если чаша с двумя большими — треть большого.

♦ За верное взвешивание без объяснения — 4 балла.

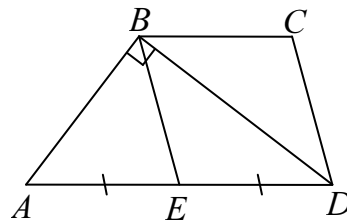
Задача 3. Положительные числа a и b таковы, что $a > b$, $a^2 < b$ и $b^2 < a$. Докажите, что оба числа a и b меньше 1.

Решение. Так как $a > b$, то $a^2 < b < a$, откуда $a^2 < a \Leftrightarrow a(a-1) < 0 \Rightarrow a < 1$. Но тогда и $b < a < 1$.

♦ За «решение примером» 0 баллов.

Задача 4. В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) $AD = 2$, $BC = 1$, $\angle ABD = 90^\circ$. Найдите сторону CD .

Ответ. $CD = 1$. **Решение.** Пусть E — середина основания AD . Так как треугольник ABD прямоугольный, $BE = AE = DE = 1$. С другой стороны, $BC = DE$ и $BC \parallel DE$, так что $BCDE$ — параллелограмм. Следовательно, $CD = BE = 1$.



♦ За ответ без обоснования 0 баллов.

Задача 5. Существуют ли два натуральных числа, сумма которых оканчивается на 1392, а произведение — на 2216?

Ответ. Нет. **Решение.** Допустим, искомые числа m и n существуют. Заметим, что если произведение mn оканчивается на 2216, то оно равняется $10000k + 2216 = 8 \cdot (1250k + 277)$ и потому делится на 8, но не делится на 16. Значит, хотя бы одно из чисел m и n делится на 4. Но тогда второе из этих чисел также делится на 4, так как делится на 4 их сумма, оканчивающаяся на 1392. Следовательно, произведение mn должно делиться на 16. Противоречие.

♦ За ответ «не существует» без обоснования 0 баллов. За переборное решение, в котором нет явного разбора **всех** возможных случаев, 0 баллов.

• См. также задачу 3 для 10 класса.

Задача 6. Известно, что среди 100 шаров 50 радиоактивных. Имеется прибор, в который можно положить два шара, и если оба радиоактивны, то загорится лампочка. Как найти все радиоактивные шары, используя прибор не более 147 раз?

Решение. Разобьём шары на 50 пар и испытаем эти пары. Если одно из этих испытаний выявило два радиоактивных шара, испытаем с одним из них 97 из оставшихся 98 шаров. После этого мы про 99 шаров будем знать, какие из них радиоактивны. Если таких шаров 49, оставшийся шар радиоактивен, а если 50, то нет. Мы нашли все радиоактивные шары за $50 + 97 = 147$ испытаний.

Пусть ни одно из первых 50 испытаний не зажгло лампочку. Такое может случиться только тогда, когда в каждой из пар ровно по одному радиоактивному шару. Возьмём две любые пары и проведём все 4 возможных испытания, беря по шару из этих пар. Какое-то из них даст результат. Теперь достаточно испытать с одним из

найденных радиоактивных шаров по одному шару из 48 оставшихся пар: если шар оказывается радиоактивным, то второй шар в паре — не радиоактивный, и наоборот. В этом случае мы нашли все радиоактивные шары за $50+4+48 = 102$ испытания.

- См. также задачи 5 для 6, 7 и 11 классов и задачи 6 для 9 и 10 классов.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 9 КЛАССА

Задача 1. Когда числитель первой дроби умножили на 7, а знаменатель второй — на 3, сумма этих двух дробей не изменилась. Чему равно частное от деления второй дроби на первую?

Ответ. 9. Решение. Пусть первая дробь равна a , а вторая равна b . Условие задачи означает, что $7a+b/3 = a+b$, откуда $6a = 2b/3$, то есть $b/a = 9$.

♦ Верный ответ без всякого объяснения: 0 баллов. Верный ответ, полученный рассмотрением конкретного примера двух подходящих дробей: 2 балла. Уравнение верно составлено, но неверно решено: 4 балла. Вместо отношения второй дроби к первой найдено отношение первой дроби ко второй ($1/9$) — снять 1 балл.

Задача 2. Живёт на свете странный мальчик. По понедельникам, средам и пятницам он всегда врёт, по вторникам, четвергам и субботам всегда говорит правду, а по воскресеньям может и врать, и правду говорить. Однажды у него четыре дня подряд спрашивали, как его зовут. В первый день ответил: «Коля», во второй: «Вася», в третий: «Миша», а на четвёртый день: «Вова». Как могут звать мальчика? Укажите все возможности и объясните, почему других возможностей нет.

Ответ. Вася или Миша. **Решение.** См. решение задачи 3 для 7 класса.

♦ Указание ответа без проверки его правильности не оценивается. За указание каждого из двух ответов с проверкой правильности (указанием, в какие дни недели мальчику в этом случае задавали вопросы) по 2 балла. Объяснение, почему ответов только два, оценивается из 3 баллов.

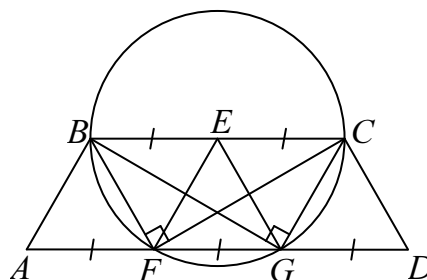
- См. также задачу 3 для 5 класса.

Задача 3. На доске написано натуральное число. За один шаг разрешается умножить или поделить его на любое простое число так, чтобы результат был натуральным числом. Можно ли ровно за 200 таких шагов из числа 1 получить число 200?

Ответ. Нельзя. **Решение.** Если мы k раз умножали и $200-k$ раз делили, в разложение полученного числа на простые сомножители должно входить $k-(200-k) = 2k-200$ сомножителей. Это число чётно, а в разложение числа $200 = 2^3 \cdot 5^2$ входит нечётное число сомножителей: три двойки и две пятёрки.

Задача 4. В трапеции $ABCD$ $AD = 6$, $BC = 4$, $AB = CD = 2$. Точки M и N на основании AD таковы, что $\angle BNC = \angle BMC = 90^\circ$. Найдите MN .

Ответ. $MN = 2$. **Решение.** Пусть E — середина основания BC , а точки F и G (F между A и G) делят AD на три равные части. Поскольку отрезки AF и BE параллельны и равны, $AFEB$ — параллелограмм, откуда $EF = AB = 2$. Аналогично, $EG = CD = 2$. Таким образом, точки F и G лежат на окружности с диаметром BC , откуда $\angle CFB = \angle BGC = 90^\circ$. Осталось заме-



титель, что точки M и N также должны лежать на окружности с диаметром BC , и так как эта окружность пересекается с прямой AD только в двух точках, они совпадают с точками F и G . Отсюда $MN = FG = 2$.

♦ Показано, что $\angle CFB = \angle BGC = 90^\circ$, но не объяснено, почему точки M и N совпадают с точками F и G — 5 баллов.

Задача 5. Докажите, что число

$$123456789^2 \cdot 9876543211^2 + (123456789^2 + 9876543211^2)10^{20}$$

является квадратом целого числа.

Решение. Пусть $x=123456789$, $y=9876543211$. Тогда данное в условии выражение равно $x^2y^2+(x^2+y^2)(x+y)^2=(xy+x^2+y^2)^2$.

Задача 6. Известно, что среди 100 шаров 51 радиоактивный. Имеется прибор, в который можно положить два шара, и если оба радиоактивны, то загорится лампочка. Как найти все радиоактивные шары, используя прибор не более 145 раз?

Решение. Разобьём шары на 50 пар и испытаем их. Рассмотрим два возможных случая.

1) Ровно одно из этих испытаний выявило два радиоактивных шара. Тогда в каждой из остальных 49 пар ровно по одному радиоактивному шару. Испытав с одним из найденных радиоактивных по одному шару из каждой оставшейся пары, мы распознаем все 98 оставшихся шаров. Всего мы провели $50+49 = 99$ испытаний.

2) По два радиоактивных шара выявилось хотя бы в двух испытаниях. Тогда 4 радиоактивных шара мы уже нашли. Испытаем с одним из найденных радиоактивных шаров 95 шаров из 48 оставшихся пар. После этого мы про 99 шаров будем знать, какие из них радиоактивны. Если таких шаров 50, оставшийся шар радиоактивен, а если 51, то нет. Мы нашли все радиоактивные шары за $50+95 = 145$ испытаний.

Замечание. Более тонкими рассуждениями оценку 145 можно улучшить.

- См. также задачи 5 для 6, 7 и 11 классов и задачи 6 для 8 и 10 классов.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 10 КЛАССА

Задача 1. Есть четыре одинаковых больших торта и четыре одинаковых маленьких. Разрешается провести одно взвешивание на чашечных весах без гирь. Никаких других действий совершать нельзя. Как узнать, что весит больше: половина маленького торта или треть большого?

Решение. См. решение задачи 2 8 класса.

- ♦ За верное взвешивание без объяснения — 3 балла.

Задача 2. При каких значениях a уравнение $|x^2-x| = a$ имеет ровно три корня?

Ответ. При $a = 1/4$. **Решение.** График $y = |x^2-x|$ получается из параболы $y = x^2-x$ отражением её части, лежащей ниже оси абсцисс, относительно этой оси. Рассматривая полученный график, мы видим, что три решения уравнение $|x^2-x| = a$ имеет только тогда, когда прямая $y = a$ проходит через точку, симметричную относительно оси абсцисс вершине параболы $y = x^2-x$. Эта вершина находится в точке $(1/2, -1/4)$, симметричной ей будет точка $(1/2, 1/4)$, и, следовательно, три корня уравнение $|x^2-x| = a$ имеет только при $a = 1/4$.

- ♦ За ответ без обоснования 0 баллов.

Задача 3. Существуют ли два натуральных числа, сумма которых оканчивается на 10, а произведение — на 20?

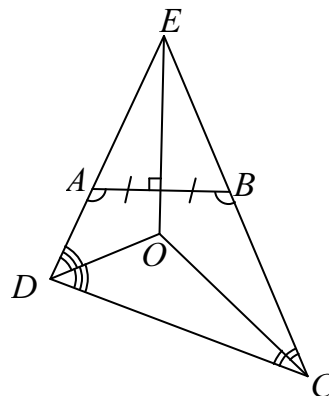
Ответ. Нет. **Решение.** Допустим, искомые числа существуют. Поскольку их произведение делится на 5, хотя бы одно из них делится на 5. Но их сумма делится на 10, поэтому второе число тоже делится на 5, и либо оба числа оканчиваются на 5, либо оба числа оканчиваются на 0. Первое невозможно, потому что тогда произведение было бы нечётным, а во втором случае произведение должно было бы оканчиваться не на 20, а на 00. Противоречие.

♦ За ответ без обоснования 0 баллов. За переборное решение, в котором нет явного разбора **всех** возможных случаев, 0 баллов.

- См. также задачу 5 для 8 класса.

Задача 4. В четырёхугольнике $ABCD$ углы при вершинах A и B тупые и равны между собой, а биссектрисы углов при вершинах C и D пересекаются в точке O . Докажите, что $OA = OB$.

Решение. Продолжим лучи DA и CB до пересечения в точке E . Поскольку углы при вершинах A и B тупые, точка E и четырёхугольник лежат с разных сторон от прямой AB , и O — точка пересечения биссектрис треугольника CDE . При этом углы при основании AB треугольника AEB равны, поэтому биссектриса EO лежит на серединном перпендикуляре к отрезку AB , откуда и вытекает утверждение задачи.



- См. также задачу 4 для 11 класса.

Задача 5. В пространстве провели 5 прямых. Оказалось, что они пересекаются в 8 различных точках. Докажите, что все прямые лежат в одной плоскости.

Первое решение. Для каждой прямой найдём количество лежащих на ней точек пересечения и результаты сложим. Сумма будет не меньше 16, так как каждую точку мы учли хотя бы дважды. Поскольку $16:5 > 3$, найдётся прямая a , которая пересекается с четырьмя остальными в 4 различных точках. Среди этих прямых найдутся две, назовём их b и c , пересекающиеся между собой: иначе точек пересечения будет всего четыре. И среди оставшихся двух прямых найдётся хотя бы одна, назовём её d , пересекающаяся с хотя бы одной из прямых b и c , — иначе всего точек пересечения прямых будет не более шести.

Пусть α — плоскость, в которой лежат прямые a , b и c . Прямая d имеет с ней две общие точки, и потому тоже лежит в ней. Эти четыре прямые имеют максимум $4 \cdot 3/2 = 6$ общих точек. Если оставшаяся прямая e не лежит в плоскости α , она имеет с ней — а, значит, и со всеми четырьмя остальными прямыми — максимум одну точку пересечения. Но тогда всего точек пересечения не больше семи. Значит, прямая e тоже лежит в плоскости α .

Второе решение. Докажем по индукции более общий факт: если в пространстве даны n прямых, пересекающихся не менее чем в $(n-1)(n-2)/2 + 2$ точках, то все они лежат в одной плоскости. **База:** $n = 3$. Три прямые, пересекающиеся в $2 \cdot 1/2 + 2 = 3$ различных точках, очевидно, лежат в плоскости, заданной этими тремя точками. **Переход.** Пусть для $n = k$ прямых всё доказано. Возьмём $n = k+1$ прямых, пересекающихся не менее чем в $k(k-1)/2 + 2$ точках. Удалим прямую, на которой лежит меньше

всего точек пересечения (далее — ТП). Если на ней лежало k ТП, тогда на всех прямых не менее чем по k ТП, и всего ТП хотя бы $k(k+1)/2$, поэтому после удаления останется хотя бы $k(k+1)/2 - k = k(k-1)/2$ ТП, что при $k \geq 3$ не меньше, чем $(k-1)(k-2)/2 + 2$. Если же на удалённой прямой лежало не более $k-1$ ТП, то после удаления останется хотя бы $k(k-1)/2 + 2 - (k-1) = (k-1)(k-2)/2 + 2$ ТП. В обоих случаях по предположению индукции все оставшиеся прямые лежат в одной плоскости α . Осталось заметить, что удалённая прямая имеет с оставшимися хотя бы две общие точки: иначе всего точек пересечения было бы не больше, чем $k(k-1)/2 + 1$. Поэтому удалённая прямая тоже лежит в плоскости α .

♦ Доказано только, что есть прямая, пересекающаяся с другими в 4 различных точках, — 1 балл. Доказано, что есть три прямые, попарно пересекающиеся в трёх различных точках, дальнейшего содержательного продвижения нет — 3 балла.

• Оценка $(n-1)(n-2)/2 + 2$ в общей задаче (в частности, оценка 8 в данной задаче) — точная. Контрпример для $(n-1)(n-2)/2 + 1$ точек пересечения: $n-1$ прямая общего положения в одной плоскости и одна прямая, не лежащая в этой плоскости и пересекающаяся ровно с одной из остальных прямых.

См. также задачу 6 для 11 класса.

Задача 6. Известно, что среди 100 шаров 49 радиоактивных. Имеется прибор, в который можно положить два шара, и если оба радиоактивны, то загорится лампочка. Как найти все радиоактивные шары, используя прибор не более 149 раз?

Решение. Разобьём шары на 50 пар и испытаем эти пары. Если одно из этих испытаний выявило два радиоактивных шара, испытаем с одним из них 97 из оставшихся 98 шаров. После этого мы про 99 шаров будем знать, какие из них радиоактивны. Если таких шаров 48, оставшийся шар радиоактивен, а если 49, то нет. Мы нашли все радиоактивные шары за $50 + 97 = 147$ испытаний.

Пусть ни одно из первых 50 испытаний не зажгло лампочку. Такое может случиться только тогда, когда в 49 парах ровно по одному радиоактивному шару, а в одной паре оба шара не радиоактивны. Возьмём две любые пары и проведём все 4 возможных испытания, беря по шару из этих пар. Пусть какое-то из них дало результат. Теперь достаточно испытать с одним из найденных радиоактивных шаров 95 шаров из 48 оставшихся пар. Мы нашли все радиоактивные шары за $50 + 4 + 95 = 149$ испытаний.

Пусть, наконец, ни одно из 4 испытаний с шарами из двух взятых нами пар не дало результата. Это значит, что в одной из этих двух пар нет радиоактивных шаров. Следовательно, в каждой из остальных 48 пар по одному радиоактивному шару. Возьмём две из них и за 4 испытания найдём пару радиоактивных шаров. Теперь достаточно испытать с одним из найденных радиоактивных шаров все 4 шара из двух первых пар и по одному шару из 46 оставшихся пар: в последнем случае если шар оказывается радиоактивным, то второй шар в паре — не радиоактивный, и наоборот. Мы нашли все радиоактивные шары за $50 + 4 + 4 + 4 + 46 = 108$ испытаний.

• См. также задачи 5 для 6, 7 и 11 классов и задачи 6 для 8 и 9 классов.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 11 КЛАССА

Задача 1. Две дроби сложили, полученную дробь сократили. Могло ли случиться, что знаменатель получившейся в результате дроби меньше каждого из знаменателей слагаемых, а числитель — больше каждого из числителей слагаемых?

Ответ. Могло. **Решение.** Примеров много, скажем, $12/8 + 6/9 = 13/6$.

♦ Для полного балла достаточно одного верного примера.

Задача 2. Корни квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ — целые числа. Докажите, что произведение pq — чётное число.

Решение. Используем теорему Виета. Если хотя бы один из корней чётен, то чётно число q , равное их произведению, а если оба корня нечётны, то чётно число p , равное их сумме, взятой с противоположным знаком.

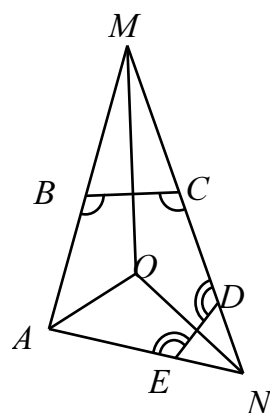
Задача 3. Решите уравнение $\cos 2016x = \sin^2 x + 1$.

Ответ. $x = \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. **Решение.** Так как $\cos 2016x \leq 1$, $\sin^2 x = 0$, откуда $x = \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. С другой стороны, поскольку $\cos 2016\pi k$ при любом целом k равен 1, все указанные значения подходят.

♦ Только ответ (с проверкой или без) — 1 балл. Только доказательство, что $x = \pi k$, $k \in \mathbf{Z}$, без проверки — 4 балла.

Задача 4. В пятиугольнике $ABCDE$ все углы тупые, $\angle B = \angle C$ и $\angle D = \angle E$. Докажите, что серединные перпендикуляры сторон BC и ED и биссектриса угла A пересекаются в одной точке.

Решение. Продолжим стороны AB и CD до пересечения в точке M , а стороны AE и CD — до пересечения в точке N . Из условия следует, что треугольники BMC и DNE — равнобедренные с основаниями BC и DE соответственно. Поэтому биссектрисы углов M и N треугольника AMN лежат на серединных перпендикулярах сторон BC и ED соответственно, и потому эти перпендикуляры и биссектриса угла A пятиугольника пересекаются в центре вписанной окружности треугольника AMN (так как все углы пятиугольника тупые, он лежит внутри треугольника AMN).



• См. также задачу 4 для 10 класса.

Задача 5. Известно, что среди 100 шаров 75 радиоактивных. Имеется прибор, в который можно положить два шара, и если оба радиоактивны, то загорится лампочка. Как найти все радиоактивные шары, используя прибор не более 97 раз?

Решение. Разобьём шары на 50 пар и испытаем эти пары. Не менее 25 из этих испытаний зажгут лампочку (иначе радиоактивных шаров было бы не больше, чем $24 \cdot 2 + 26 = 74$). Рассмотрим два возможных случая.

1) Лампочка зажглась ровно 25 раз. Тогда 50 радиоактивных шаров мы уже нашли, а в каждой из остальных 25 пар ровно по одному радиоактивному шару. Теперь достаточно испытать с одним из найденных радиоактивных шаров по одному шару из 25 оставшихся пар: если испытуемый шар радиоактивен, то второй шар в паре — не радиоактивен, и наоборот. Мы нашли все радиоактивные шары за $50 + 25 = 75$ испытаний.

2) Лампочка зажглась хотя бы 26 раз. Тогда испытаем с одним из найденных радиоактивных шаров все шары из пар, не зажгших лампочку, кроме одного. Про все испытанные шары мы узнаем, радиоактивны ли они. Теперь мы знаем всё про 99 из 100 шаров. Если среди них 75 радиоактивных, то оставшийся шар не радиоактивен, иначе — радиоактивен. Так как пар, не зажгших лампочку, не более 24-х, мы нашли все радиоактивные шары за $50 + 47 = 97$ испытаний.

Задача 6. В пространстве провели 6 прямых. Оказалось, что они пересекаются в 12 различных точках. Докажите, что все прямые лежат в одной плоскости.

Первое решение. Для каждой прямой найдём количество лежащих на ней точек пересечения и результаты сложим. Сумма будет не меньше 24, так как каждую точку мы учли хотя бы дважды. Поэтому найдётся прямая a , которая пересекается с другими прямыми по крайней мере в $24:6 = 4$ различных точках.

Возьмём четыре прямые, пересекающиеся с a в различных точках. Если они не пересекаются между собой, то каждая из них пересекается максимум с двумя (оставшимися) прямыми, что даёт самое большее 8 точек пересечения. Ещё одну точку может дать пересечение двух оставшихся прямых, и 12 точек пересечения не получается. Значит, найдутся прямые b и c , которые пересекаются с a и между собой в трёх различных точках.

Пусть α — плоскость, в которой лежат прямые a , b и c . Допустим, из шести наших прямых $k \geq 3$ лежат в плоскости α , а $6-k$ не лежат. Каждая из прямых, не лежащих в α , имеет с α не больше одной общей точки. Поэтому всего у наших прямых не больше $k(k-1)/2 + (6-k)(5-k)/2 + (6-k) = k^2 - 7k + 21 = (k-3,5)^2 + 8,75$. При $3 \leq k \leq 5$ имеем $(k-3,5)^2 + 8,75 < (5-3,5)^2 + 8,75 = 11$, что не удовлетворяет условию задачи. Поэтому $k = 6$, то есть все наши прямые лежат в плоскости α , что и требовалось доказать.

Второе решение. См. второе решение задачи 5 для 10 класса.

♦ Доказано только, что есть прямая, пересекающаяся с другими в 4 различных точках, — 1 балл. Доказано, что есть три прямые, попарно пересекающиеся в трёх различных точках, дальнейшего содержательного продвижения нет — 3 балла.

ИСТОЧНИКИ И АВТОРЫ ЗАДАЧ

Костромские математические бои: 5-2.

А. В. Шаповалов: 9-3.

Материалы II Турнира журнала «Квант»: 9-5.

К. А. Кноп, И. С. Рубанов: 11-5.

Фольклор: 5-1, 5-5, 6-1, 7-1, 7-2, 7-4, 9-1, 11-2.

Остальные задачи составлены И. С. Рубановым специально для этой олимпиады.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Информация об участниках областной олимпиады 2015/16 г., награждённых дипломами и похвальными грамотами

ДИПЛОМ I СТЕПЕНИ: Дмитрий Волянский (КФМЛ, 7 кл.), Денис Кутявин (КЛЕН, 8 кл.), Мария Семёнова, Александр Колпашиков (оба — КФМЛ, 8 кл.), Анатолий Ашихмин, Ирина Ланских, Сергей Лучинин, Григорий Щенников (все — КФМЛ, 9 кл.), Артём Мариев, Полина Новосёлова (оба — КФМЛ, 10 кл.), Владимир Зяблицев (Киров, лицей 21, 11 кл.), Кирилл Исупов (КФМЛ, 11 кл.).

ДИПЛОМ II СТЕПЕНИ: Михаил Малофеев, Ольга Полозова, Анастасия Барышева, Артем Савельев, Марина Горшунова (все — КФМЛ, 7 кл.), Глеб Марьин (КФМЛ, 8 кл.), Михаил Никонов (Киров, лицей 21, 8 кл.), Дарья Ширяева, Иосиф Бурков, Дмитрий Клёпов, Никита Коробов, Степан Шамов (все — КФМЛ, 9 кл.), Георгий Шалыгин (КФМЛ, 10 кл.), Александр Артемьев (КФМЛ, 11 кл.), Виктория Анисимова (Кирово-Чепецк, гимназия 1, 11 кл.).

ДИПЛОМ III СТЕПЕНИ: Никита Москалев, Ксения Головина, Егор Курагин, Ульяна Огибалова (все — КФМЛ, 7 кл.), Андрей Гундоров, Алексей Лучинин, Стефан Шушпанов (все — КФМЛ, 8 кл.), Анатолий Евтухов (КФМЛ, 9 кл.), Илья Кошечев (г. Киров, ЛИНТех №28, 9

кл.), Александр Кузнецов (КФМЛ, 10 кл.), Леонид Князев (КФМЛ, 11 кл.), Дмитрий Пахомов (СОШ с УИОП г. Омутнинска, 11 кл.).

ПОХВАЛЬНАЯ ГРАМОТА: Алексей Косых, Ярослав Клюкин, Елисей Шушпанов, Вячеслав Вахрушев, Иван Лабуткин, Александр Русских, Михаил Курилов, Михаил Лалетин (все — КФМЛ, 7 кл.), Владимир Кубасов (Кирово-Чепецк, лицей), Пётр Тупицын (КЛЕН, 7 кл.), Денис Крюков (КЛЕН, 8 кл.), Мария Попцова, Дмитрий Леонов (оба — КФМЛ, 8 кл.), Мария Скокова (КФМЛ, 9 кл.), Алексей Втюрин (ВГГ, 9 кл.), Ярослав Томинин, Екатерина Савинова, Арсений Дружинин, Дарья Шатунова (все — КФМЛ, 10 кл.), Антон Рубцов (КЛЕН, 10 кл.), Михаил Вершинин (Оричевский район, СОШ п. Мирный, 10 кл.).

ПРИЛОЖЕНИЕ 2: ХРОНИКА (ноябрь 2015 – октябрь 2016)

31 октября – 9 ноября: В Сочи на базе образовательного центра «Сириус» состоялся XIX Кубок памяти А.Н. Колмогорова. Участвовали 62 команды, представлявшие более 50 городов 32 регионов России. Команда «Киров 10-11» заняла 7 место в первой лиге старшей группы, команда «Киров-9» поделила 7-8 места в высшей лиге младшей группы.

28 ноября – 4 декабря: В Екатеринбурге прошёл XLVI Уральский турнир юных математиков. Участвовали 82 команды, представлявшие 24 города из 21 региона России. Команда «Киров-8» заняла 7 место в высшей лиге старшей группы, команда «Киров-7» — 3 место в первой лиге младшей группы, команда «Киров-6» — 4 место в первой лиге группы «Старт», команда «Камчатка+Киров» 6 место во второй лиге группы «Старт».

29 – 31 января: В Казани состоялся турнир математических игр имени П.А. Широкова. Одиннадцать команд кировчан участвовали в этом турнире онлайн. Команды «Киров-5-1», «Киров-5-2», «Киров-6-2» завоевали дипломы I степени, «Киров-5-3» и «Киров-5-5» — дипломы II степени, «Киров-4-1», «Киров-4-2» (играли в лиге 5 классов), «Киров-5-4», «Киров-6-1», «Киров-6-3», «Киров-6-4» — дипломы III степени.

19–25 февраля: XLVII Уральский (XXIV Кировский) турнир юных математиков. Участвовали 86 команд, представлявшие 28 городов из 22 регионов России. Команда «Киров-8» заняла 1 место в первой лиге старшей группы, команда «Киров-7-1» — 1 место в первой лиге младшей группы, команда «Киров-7-2» поделила 3-4 места во второй лиге младшей группы, команда «Киров-6» заняла 8 место в высшей лиге группы «Старт», команда «Киров 5-6» поделила 3-4 места во второй лиге группы «Старт», команда «Киров-5» — 7 место во второй лиге группы «Старт».

7 (для 6-8 кл.) и 28 (для 9-11 кл.) февраля: Санкт-Петербургская городская математическая олимпиада. 7 февраля эта олимпиада для кировчан проводилась непосредственно в Кирове, ученики 9-11 классов 28 февраля соревновались в Санкт-Петербурге. 27 кировчан награждены дипломами и похвальными отзывами: *Артём Савельев* (КФМЛ, 7 кл.) — дипломом I степени *Марина Ожегова* (КФМЛ, 6 кл.), *Лучинин Сергей* (КФМЛ, 9 кл.) — дипломами II степени, *Максим Бушмаков* (КФМЛ, 6 кл.), *Ольга Полозова* (КФМЛ, 7 кл.), *Колпащиков Александр* (КФМЛ, 8 кл.), *Кутявин Денис* (КЛЕН, 8 кл.), *Ашихмин Анатолий* (КФМЛ, 9 кл.), *Мариев Артём* (КФМЛ, 10 кл.) — дипломами III степени, *Сергей Дружков* (КФМЛ, 6 кл.), *Левкий Яговкин* (КФМЛ, 5 кл. – за 6 кл.) *Михаил Малофеев*, *Никита Москалев* (оба – КФМЛ, 7 кл.), *Семёнова Мария* (КФМЛ, 8 кл.), *Ланских Ирина*, *Щенников Григорий* (оба – КФМЛ, 9 кл.), *Новосёлова Полина* (КФМЛ, 10 кл.) — похвальными отзывами I степени, *Анастасия Охорзина*, *Александр Смирнов* (оба – КФМЛ, 6 кл.), *Анастасия Барышева*, *Дмитрий Волянский*, *Ксения Головина*, *Марина Горшунова*, *Алексей Косых*, *Егор Курагин*, *Елисей Шушпанов* (все – КФМЛ, 7 кл.), *Владимир Кубасов* (Кирово-Чепецк, лицей, 7 кл.) — похвальными отзывами II степени.

17 марта: 30398 учащихся из Кировской области участвуют в международном математическом конкурсе-игре "Кенгуру-2016".

22-25 марта состоялся заключительный этап VIII олимпиады имени Леонарда Эйлера, проведённой для восьмиклассников России АНОО «Вятский центр дополнительного образования» и Московским Центром непрерывного математического образования. В нём приняли участие 239 учащихся 6-8 классов, распределённых по территориальному признаку по четырём финалам в Новосибирске, Кирове, Москве и Санкт-Петербурге. В кировском финале участвовали 67 школьников. Кировчане *Александр Колпащиков* и *Артём Савельев* завоевали дипломы III степени, *Денис Кутявин*, *Мария Семёнова*, *Михаил Никонов*, *Ольга Полозова*,

Ульяна Огибалова — похвальные грамоты. Все семеро в июне участвовали в олимпиадной смене образовательного центра «Сириус» в Сочи.

15 – 17 апреля: В Казани состоялся турнир математических игр имени Н.Г. Чеботарева. Одиннадцать команд кировчан участвовали в этом турнире онлайн. Команды «Киров-4-2», «Киров-5-2», «Киров-5-3» завоевали дипломы I степени, «Киров-4-1», «Киров-5-1», «Киров-5-4», «Киров-6-2» — дипломы II степени, «Киров-5-5», «Киров-6-1», «Киров-6-3» — дипломы III степени.

17 апреля: XII всероссийская олимпиада по геометрии им. И.Ф. Шарыгина (XIV устная олимпиада по геометрии, г. Москва). Участвовало 20 кировчан. Ирина Ланских завоевала диплом I степени. Анатолий Ашихмин, Анатолий Евтухов, Никита Коробов, Сергей Лучинин, Григорий Щенников, Полина Новоселова — дипломы II степени. Илья Кощеев, Степан Шамов, Дарья Ширяева, Артем Мариев, Владимир Зяблицев и Кирилл Исупов — дипломы III степени. Михаил Никонов и Екатерина Савинова — похвальные грамоты.

21-29 апреля: Всероссийская математическая олимпиада в Санкт-Петербурге. Участвовали кировчане: Сергей Лучинин, Анатолий Ашихмин, Степан Шамов, Григорий Щенников, Ирина Ланских (дипломы призёров по 9 кл.), Артём Мариев (похвальная грамота по 10 кл.), Владимир Зяблицев (похвальная грамота по 11 кл.), Дмитрий Клёпов, Никита Коробов, Иосиф Бурков, Дарья Ширяева, Полина Новоселова, Кирилл Исупов, Виктория Анисимова, Александр Артемьев.

3–28 июля: XXXII Летняя многопредметная школа Кировской области. 434 учащихся, в т. ч. 315 иногородних из Азнакаево, Астаны (Казахстан), Барнаула, Бердска, п. Боброво Архангельской области, Великого Устюга, Видного, Вологды, Воткинска, Геленджика, Глазова, дер. Терпигорьево Московской области, Дзержинска, Дмитровграда, Домодедова, Екатеринбурга, Жуковского, Заинска, Заречного Пензенской области, Ижевска, Иннополиса, Иркутска, Казани, Качканара, Краснодар, Красноярска, Куйбышева Новосибирской области, Лениногорска, Липецка, Магнитогорска, Москвы, Набережных Челнов, Нижнекамска, Нижнего Новгорода, Нижнего Тагила, Новосибирска, Нового Уренгоя, Омска, Перми, Полевского Свердловской области, п. Развилка Московской области, Раменского, Ростова-на-Дону, Самары, Санкт-Петербурга, Саранска, Саратова, Сарова, Смоленска, Снежинска, Сыктывкара, Тобольска, Ульяновска, Уфы, Харькова (Украина), Чалтыря Ростовской области, Чебоксар, Черногловки, Якутска, Ярославля.

30 июля – 2 августа: Финальный тур XII олимпиады по геометрии им. И.Ф. Шарыгина в Ратмино, г. Дубна. Участвовали Сергей Лучинин (награжден дипломом за успешное выступление), Никита Коробов, Ирина Ланских, Григорий Щенников.

2 – 11 августа: Ирина Ланских, Сергей Лучинин, Григорий Щенников участвуют в XXVIII Международной конференции Турнира городов (Переславль-Залесский). По итогам конференции награждены дипломами.

25 сентября состоялся Турнир им. Ломоносова (математика, физика, химия, биология), в котором участвовали 519 семиклассников и 536 восьмиклассников.

7 – 9 октября: В Казани состоялся турнир математических игр имени А.П. Нордена. Десять команды кировчан участвовали в этом турнире онлайн и все получили дипломы: команды «Киров-6-1» и «Киров-6-2» завоевали дипломы I степени, «Киров-5-1», «Киров-5-3», «Киров-5-5», «Киров-6-4» и «Киров-6-5» — диплом II степени, «Киров-5-2», «Киров-5-4» и «Киров-6-3» — диплом III степени.

16 октября состоялась игра «Математическое домино», в которой приняли участие 841 пятиклассник и 567 шестиклассников из Кирова и области.

По итогам XXXVII Турнира городов, проходившего в 2015/16 учебном году, 46 школьников из Кировской области награждены дипломами победителей.

© И.С.Рубанов, 2016.