



XLIV РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

КИРОВСКАЯ ОБЛАСТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

II (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП

МАТЕМАТИКА

**ЗАДАЧИ, РЕШЕНИЯ,
МЕТОДИЧЕСКИЕ
РЕКОМЕНДАЦИИ**

**Киров
2017**

*Оргкомитету и жюри муниципального этапа
математической олимпиады школьников*

Уважаемые коллеги!

В начале олимпиады напомните участникам, что нужно не только приводить ответы, но и *обосновывать* их (в этом, по существу, и состоит решение задачи, а ответ — лишь его результат).

Продолжительность олимпиады составляет для 5-7 кл. — 2,5 часа, для 8 кл. — 3 часа, для 9 кл. — 3,5 часа, для 10-11 кл. — 3 часа 55 минут, не считая времени, потраченного на заполнение титульных листов работ и разъяснение условий задач.

После олимпиады (лучше всего — в тот же день) просим провести *разбор задач* для ее участников.

Отзывы об этой брошюре и олимпиадных заданиях направляйте по адресу: 610005, г. Киров, 5, а/я 1026, ЦДООШ.

Автор благодарен А.В. Черанёвой, О.В. Старостиной, И.А. Семёновой, В.В. Сидорову, О.В. Рубановой за полезные обсуждения и критику.

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕРКЕ И ОЦЕНКЕ ОЛИМПИАДНЫХ РАБОТ

1. Решение каждой задачи, независимо от её трудности, оценивается из 7 баллов. Жюри не имеет права изменять цену задачи. Каждая оценка должна быть целым числом, не меньшим 0 и не большим 7, дробные оценки не допускаются.

2. При оценке рассуждений в олимпиадных работах, как правило, сначала дается ответ на принципиальный вопрос: являются ли они решением задачи (хотя, может быть, и с различными недостатками) или не являются (хотя, может быть, и содержат существенное продвижение в направлении решения). В первом случае оценка должна быть не ниже 4, во втором — не выше 3.

3. По проверке и оценке решений большинства задач мы даём конкретные указания. Они помещаются после наших решений и отмечены значком •. В случаях, не предусмотренных конкретными указаниями, оценка определяется по следующим общим правилам:

<i>Оценка</i>	<i>З а ч т о с т а в и т с я</i>
7	Верное решение
6	Верное решение с небольшими недочётами
5	Решение в целом верно, но имеет заметные недочёты
4	Решение в основных чертах верно и выполнено более чем наполовину, но существенно неполно
3	Решение в целом отсутствует, но рассуждения содержат существенное продвижение в верном направлении
1-2	Решение в целом отсутствует, но содержит более или менее заметное продвижение в верном направлении
0	Решение полностью неверно или отсутствует

Решение, выполненное более чем наполовину, считается *существенно неполным*, если:

- ✓ содержит основные нужные идеи, но не доведено до конца;
- ✓ при верной общей схеме рассуждений явно или скрыто опирается на важные недоказанные утверждения, которые нельзя считать известными или очевидными;
- ✓ состоит в разборе нескольких возможных случаев, и хотя бы один *существенный* случай упущен или разобран неверно;
- ✓ состоит из двух частей (например, доказательства необходимости и достаточности либо доказательства оценки и построения примера), из которых верно выполнена только одна, причём более сложная.

При расхождении между общими и конкретными указаниями применяются конкретные.

4. При оценке решений на олимпиаде учитываются *только их правильность, полнота и обоснованность*. Нельзя снижать оценку за «нерациональность» решения (кроме отдельных редких случаев, когда это прямо предусмотрено конкретными указаниями по проверке данной задачи). ***Ни при каких обстоятельствах нельзя снижать оценку за нетиповое оформление решения, исправления, пометки и т.п.***

5. Оценивая олимпиадные работы, следует отличать принципиальные (прежде всего — логические) ошибки от технических, каковыми являются, например, вычислительные ошибки в *не вычислительной* задаче (алгебраические ошибки в *вычислительной* задаче часто являются принципиальными). Технические ошибки, не искажающие логику решения, следует приравнивать к недочетам.

6. Мы постоянно ориентируем школьников на необходимость обоснования решений. Но при этом не следует требовать большего уровня строгости, чем принято в обычной школьной практике. Умение хорошо *догадываться* на олимпиаде должно цениться выше, чем умение хорошо изложить решение.

7. Ответ, найденный логическим путем, как правило, оценивается выше, чем найденный слепым подбором.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 5 КЛАССА

Задача 1. Как разделить поровну пять одинаковых круглых пирогов на четверых, сделав не больше двух прямолинейных разрезов?

Решение. Двумя проведёнными через центр разрезами разделим один из пирогов на одинаковые четвертинки и выдадим каждому по пирогу с четвертью.

♦ Других способов провести разрезы нет. Действительно, два прямолинейных разреза могут дать не больше четырёх кусков, меньших целого пирога. Так как каждый из четверых должен получить по пирогу с четвертью, кусков должно получиться ровно четыре, и каждый должен быть равен четверти пирога. Такое возможно только в случае, когда оба раза резали один и тот же пирог — иначе образуются два куска, не меньшие половины пирога. При этом каждый разрез должен проходить через центр пирога — иначе от меньшего из кусков, получившихся при первом разрезе, второй разрез отделит часть, меньшую четверти пирога.

• За верный пример — 7 баллов. При отсутствии верного примера — 0 баллов.

Задача 2. Три мальчика заглянули в коробку, где лежат шарики двух разных цветов. Петя сказал: «Там есть синие шарики». Вася сказал: «Там есть красные и зелёные шарики». Коля сказал: «Там есть красные и синие шарики». Оказалось, что каждый из них верно назвал ровно один цвет. Можно ли, зная это, точно определить, шарики каких цветов лежат в коробке? Ответ объясните.

Ответ. Можно. **Решение.** Так как Петя назвал только один цвет, он назвал его верно. Значит, в коробке есть синие шарики. Поэтому из слов Коли следует, что красных шариков в коробке нет. Но тогда из сказанного Васей заключаем, что в коробке есть зелёные шарики. Таким образом, мы показали, что в коробке лежат синие и зелёные шарики.

♦ Эта задача составляет часть цикла, куда входят ещё задачи 3 для 6 и 8 классов.

• Ответ «может» без обоснования — 0 баллов. Сказано, что в коробке лежат синие и зелёные шарики, но объяснение, почему нет других возможностей, полностью отсутствует — 3 балла. Сказано, что в коробке лежат синие и зелёные шарики, объяснено, почему там обязательно есть синие шарики, но не объяснено, почему там обязательно есть зелёные шарики — 4 балла.

Задача 3. Петя и Вася одновременно, из одной точки и в одном направлении стартовали по круговой дорожке. Петя пробегает круг за 6 минут. Через 15 минут он обогнал Васю на круг. За какое время пробегает круг Вася? Ответ объясните.

Ответ. За 10 минут. **Решение.** За 15 минут Петя пробежал два с половиной круга. Так как он обогнал Васю на круг, Вася за это время пробежал полтора круга. Чтобы пробежать полтора круга за 15 минут, он должен пробегать круг за 10 минут.

• Верный ответ без объяснения: 3 балла, из оставшихся 4 баллов оценивается объяснение. Верные рассуждения, давшие неверный ответ из-за ошибки в подсчётах: до 4 баллов.

Задача 4. В ребусе КОЛ+ДВА = ТРИ одинаковые буквы означают одинаковые цифры, а разные буквы — разные цифры.

а) Найдите какую-нибудь расшифровку этого ребуса.

б) Найдите восемь различных расшифровок этого ребуса.

Решение. Одна расшифровка легко находится подбором, например, $274+316 = 590$. Ещё семь расшифровок можно получать из найденной, меняя в ней местами цифры чисел КОЛ и ДВА, стоящие в одном и том же разряде. Например, из приведённой выше расшифровки получатся семь таких (в правой части везде 590): $276+314$, $214+376$, $374+216$, $216+374$, $314+276$, $376+214$, $316+274$.

• Найдено от одной до трёх расшифровок: 3 балла. Найдено от четырёх до семи расшифровок: 4 балла. Найдено восемь или больше расшифровок: 7 баллов. Не найдено ни одной расшифровки: 0 баллов.

Задача 5. Назовём «доминошкой» прямоугольник из двух соседних клеток клетчатой доски. Как раскрасить доску размером 100×100 клеток в красный, синий и зелёный цвета так, чтобы красно-синих, красно-зелёных и сине-зелёных доминошек на ней было поровну? Опишите, как надо красить, и объясните, почему двухцветных доминошек всех трёх видов при такой раскраске действительно будет поровну.

Решение. Опишем две искомых раскраски. *Первая.* Покрасим клетки квадрата 2×2 , не выходящего на границу доски, в шахматном порядке в синий и зелёный цвета, а все остальные клетки доски — в красный. Тогда двухцветных доминошек всех трёх видов будет по 4 штуки. *Вторая.* Покрасим первую горизонталь доски в синий цвет, вторую — в зелёный, третью — в красный, четвёртую — снова в синий и т.д. Тогда все двухцветные доминошки будут вертикальными, и в любой полосе, образованной двумя соседними горизонталями, их будет 100 штук. Легко проверить, что сине-зелёных, зелёно-красных и красно-синих полос на доске будет по 33 штуки. Значит, двухцветных доминошек каждого из трёх видов на доске будет по $33 \times 100 = 3300$.

♦ Эта задача составляет часть цикла, куда входят также задачи 5 для 6 и 7 классов и задача 6 для 11 класса.

• Проверьте внимательно, кроме описанных нами есть и другие подходящие раскраски! За любую верную раскраску 5 баллов. Из оставшихся 2 баллов оценивается объяснение, почему двухцветных доминошек всех видов получается поровну.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 6 КЛАССА

Задача 1. Как разделить поровну семь одинаковых пирогов на четверых, чтобы при этом получилось не больше 10 кусков? Целый пирог тоже считается куском.

Решение. Отрежем от каждого из трёх пирогов по четверти. Одному дадим все три отрезанные четверти и целый пирог. Каждому из трёх остальных дадим по целому пирогу и ещё $\frac{3}{4}$ пирога.

• Верно объяснено, как надо резать, но не объяснено, как надо делить: 5 баллов.

Задача 2. Петя и Вася одновременно, из одной точки и в одном направлении стартовали по круговой дорожке. Петя пробегает круг за 6 минут. Через 15 минут он обогнал Васю на круг. За какое время пробегает круг Вася? Ответ объясните.

Решение. См. решение задачи 3 для 5 класса.

• Верный ответ без объяснения: 3 балла, из оставшихся 4 баллов оценивается объяснение. Верные рассуждения, давшие неверный ответ из-за ошибки в подсчётах: до 4 баллов.

Задача 3. Три мальчика заглянули в коробку, где лежат шарики двух разных цветов. Петя сказал: «Там есть синие и зелёные шарики». Вася сказал: «Там есть красные и зелёные шарики». Коля сказал: «Там есть красные и синие шарики». Могло ли случиться, что каждый из них один цвет назвал верно, а другой — неверно? Если да — приведите пример, если нет — объясните, почему.

Ответ. Не могло. **Решение.** Допустим, Петя сказал правду про синие шарики и неправду — про зелёные. Тогда Коля сказал неправду про красные, и получается, что Вася не назвал верно ни одного цвета. Допустим, Петя сказал правду про зелёные шарики и неправду — про синие. Тогда Вася сказал неправду про красные, и получается, что Коля не назвал верно ни одного цвета. В обоих случаях получаем противоречие.

♦ Эта задача составляет часть цикла, куда входят также задача 2 для 5 класса и задача 3 для 8 класса.

• Ответ «не могло» без обоснования — 0 баллов. В решении, аналогичном нашему, разобран только один из двух возможных случаев: если про второй случай сказано, что он разбирается аналогично — 7 баллов, если не сказано — 6 баллов.

Задача 4. Найдите число, делящееся на 2017, в записи которого встречаются все цифры от 0 до 9.

Решение. Например, 201740346051806814119.

♦ Приведённый пример был построен так: мы взяли числа 2017, 4034, 6051, 8068 и 14119, кратные числу 2017 и содержащие в совокупности все цифры от 0 до 9, и записали их подряд. Очевидно, таким способом можно построить сколько угодно чисел, удовлетворяющих условию задачи.

• Любой верный пример: 7 баллов. Объяснение, как был найден пример, не обязательно.

Задача 5. Назовём «доминошкой» прямоугольник из двух соседних клеток клетчатой доски. Как раскрасить доску размером 200×200 клеток в красный, синий и зелёный цвета так, чтобы красно-синих, красно-зелёных и сине-зелёных доминошек на ней было поровну? Опишите, как надо красить, и объясните, почему двухцветных доминошек всех трёх видов при такой раскраске действительно будет поровну.

Решение. Опишем две искомых раскраски. *Первая.* Покрасим клетки квадрата 2×2 , не выходящего на границу доски, в шахматном порядке в синий и зелёный цвета, а все остальные клетки доски — в красный. Тогда двухцветных доминошек всех трёх видов будет по 4 штуки. *Вторая.* Покрасим первую горизонталь доски в синий цвет, вторую — в зелёный, третью — в красный, четвёртую — снова в синий и т.д., до 199-ой, которая будет покрашена в синий цвет. Последнюю, 200-ую горизонталь также покрасим в синий цвет. При такой раскраске все двухцветные доминошки будут вертикальными, и в любой полосе, образованной двумя разноцветными соседними горизонталями, их будет 100 штук. Легко проверить, что сине-зелёных, зелёно-красных и красно-синих полос на доске будет по 66 штук. Значит, двухцветных доминошек каждого из трёх видов на доске будет по $66 \times 100 = 6600$.

♦ Эта задача составляет часть цикла, куда входят также задачи 5 для 5 и 7 классов и задача 6 для 11 класса.

• Проверьте внимательно, кроме описанных нами есть и другие подходящие раскраски! За любую верную раскраску 5 баллов. Из оставшихся 2 баллов оценивается объяснение, почему двухцветных доминошек всех видов получается поровну.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 7 КЛАССА

Задача 1. Петя и Вася одновременно и в одном направлении, но из разных точек, стартовали по круговой дорожке длиной 600 м. Первый раз Петя обогнал Васю через 2 минуты после старта, второй раз — через 6 минут после старта. На сколько метров Петя отставал от Васи в момент старта?

Ответ. На 300 метров. **Решение.** Петя обгоняет Васю на круг за $6 - 2 = 4$ минуты. Поэтому за две минуты он обгоняет Васю на полкруга. Так как через две минуты Петя впервые догнал Васю, то в момент старта он отставал от него на полкруга, то есть на 300 метров.

• Верный ответ без обоснования: 3 балла.

Задача 2. Три мальчика заглянули в коробку, где лежат шарики двух разных цветов. Петя сказал: «Там есть синие и зелёные шарики». Вася сказал: «Там есть красные и зелёные шарики». Коля сказал: «Там есть красные и синие шарики». Могло ли случиться, что каждый из них один цвет назвал верно, а другой — неверно? Если да — приведите пример, если нет — объясните, почему.

Ответ. Не могло. **Решение.** См. решение задачи 3 для 6 класса.

♦ Эта задача составляет часть цикла, куда входят также задача 2 для 5 класса и задача 3 для 8 класса.

• Ответ «не могло» без обоснования — 0 баллов. В решении, аналогичном нашему, разобран только один из двух возможных случаев: если про второй случай сказано, что он разбирается аналогично — 7 баллов, если не сказано — 6 баллов.

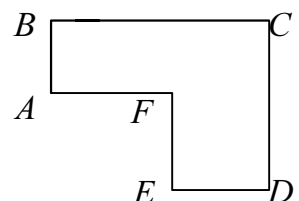
Задача 3. Найдите какое-нибудь пятизначное число, в записи которого не больше одного нуля, делящееся на четырёхзначное число, полученное стиранием его первой цифры, и делящееся на четырёхзначное число, полученное стиранием его последней цифры.

Решение. Подойдёт, например, число 11250: оно делится и на 1125, и на 1250.

• Любой верный пример: 7 баллов. Объяснение, как был найден пример, не обязательно.

♦ Если пятизначное число $\overline{abcde}$ делится на четырёхзначное число $\overline{bcde}$, то на $\overline{bcde}$ делится и число $\overline{a0000} = 10000a$. Поэтому число $\overline{bcde}$ имеет смысл искать среди четырёхзначных делителей числа 10000, перебор которых достаточно быстро приводит к успеху.

Задача 4. На рисунке справа изображён план комнаты. Маша знает, что длина стены AB равна 3 м, длина стены ED равна 4 м, а площадь комнаты равна 33 кв. м. Можно ли по этим данным найти длину стены BC ? Если да — опишите, как это сделать, если нет — объясните, почему. (Масштаб на рисунке не выдержан, измерениями на нём ничего узнать нельзя.)



Ответ. Нельзя. **Решение.** Сдвинем стенку BA вправо, а стенку ED — вниз так, чтобы потеря площади комнаты от сдвига стенки BA равнялась приросту площади от сдвига стенки ED . Для этого достаточно сдвинуть BA вправо на $4x < AF$ (можно взять любое x , меньшее $AF/4$), а ED — вниз на $3x$: слева площадь уменьшится на $12x$, а снизу — увеличится на $12x$. В результате длины стен BA и ED , а также площадь комнаты не изменятся, а стена BC станет короче.

• Ответ «нельзя» без обоснования: 0 баллов. Для полного обоснования ответа достаточно двух примеров, где все условия задачи выполнены, а стороны BC различны.

Задача 5. Назовём «доминошкой» прямоугольник из двух соседних клеток клетчатой доски. Как раскрасить доску размером 100×100 клеток в красный, синий, зелёный и жёлтый цвета так, чтобы красно-синих, красно-зелёных, красно-жёлтых, сине-зелёных, сине-жёлтых и жёлто-зелёных доминошек на ней было поровну? Опишите, как надо красить, и объясните, почему двухцветных доминошек всех шести видов при такой раскраске действительно будет поровну.

Первое решение. Выберем на доске три квадрата размером 3×3 клетки, не граничащие друг с другом и краем доски. Каждый из них покрасим в шахматном порядке: один — в синий и зелёный цвета так, чтобы угловые клетки были синими, другой — в зелёный и красный цвета так, чтобы угловые клетки были зелёными, третий — в красный и синий цвета так, чтобы угловые клетки были красными. Все остальные клетки покрасим в жёлтый цвет. Нетрудно проверить, что двухцветных доминошек всех шести видов в такой раскраске будет по 12 штук. **Второе решение.** Покрасим первые 13 горизонталей квадрата 100×100 в четыре цвета (каждую горизонталь — целиком в один цвет) в таком порядке: 1231423421431, а все остальные горизонтали покрасим в цвет 1. При такой раскраске все двухцветные доминошки будут вертикальными, и в любой полосе, образованной двумя разноцветными соседними горизонталями, их будет 100 штук. Нетрудно проверить, что в последовательности 1231423421431 каждые два цвета встречаются рядом ровно два раза, так что двухцветных доминошек каждого возможного вида будет ровно 200.

♦ Эта задача составляет часть цикла, куда входят также задачи 5 для 5 и 6 классов и задача 6 для 11 класса. Об идейной подоплёке второго решения рассказано в комментарии к решению задачи 6 для 11 класса.

• Проверяйте внимательно, кроме описанной нами есть и другие подходящие раскраски! За любую верную раскраску 5 баллов. Из оставшихся 2 баллов оценивается объяснение, почему двухцветных доминошек всех видов получается поровну.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 8 КЛАССА

Задача 1. Если от квадратного листа отрезать прямоугольник шириной 1 см, площадь листа уменьшится на 5%. Чему равна сторона листа?

Ответ. 20 см. **Решение.** Пусть сторона листа равна x см. Тогда площадь отрезанного прямоугольника составляет x см². По условию x составляет 5%, то есть $1/20$ от площади x^2 всего квадрата, откуда $x = 20$ см.

Задача 2. Докажите, что если $ab+bc+cd+da = 0$, то среди чисел a , b , c и d есть два противоположных.

Решение. $0 = ab + bc + cd + da = (a+c)(b+d)$. Поэтому либо $a+c = 0$, то есть $a = -c$, либо $b+d = 0$, то есть $b = -d$.

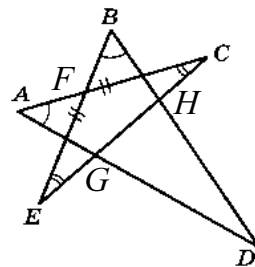
Задача 3. Четыре мальчика заглянули в коробку, где лежат цветные шарики. На вопрос, каких цветов шарики там лежат, они ответили так. Петя: «Красные, синие и зелёные». Вася: «Красные, синие и жёлтые». Коля: «Красные, жёлтые и зелёные». Миша: «Жёлтые, зелёные и синие». Могло ли случиться, что каждый из мальчиков один цвет назвал верно, а два — неверно?

Ответ. Не могло. **Решение.** Пусть могло. Допустим, Петя верно назвал красный цвет. Тогда его же верно назвали и Вася с Колей. Так как Петя, Вася и Коля вместе назвали все четыре цвета, отсюда следует, что жёлтых, зелёных и синих шариков в коробке нет. Но тогда Миша не назвал верно ни одного цвета — противоречие. Случаи, когда Петя верно назвал синий или зелёный цвет, разбираются аналогично.

♦ Эта задача составляет часть цикла, куда входят также задача 2 для 5 класса и задача 3 для 6 класса.

• Ответ «не могло» без обоснования — 0 баллов. В решении, аналогичном нашему, разобран только один из трёх возможных случаев: если про остальные случаи сказано, что они разбираются аналогично — 7 баллов, если не сказано — 6 баллов.

Задача 4. У звезды $ACEBD$ равны углы при вершинах A и B , углы при вершинах E и C , а также равны длины отрезков AC и BE . Докажите, что $AD = BD$.



Первое решение. Обозначим через F точку пересечения прямых AC и BE . Так как в треугольнике CFE равны углы C и E , имеем $CF = EF$, откуда $AF = AC - CF = BE - EF = BF$. Следовательно, в треугольнике AFB равны углы при вершинах A и B . Но тогда равны углы при вершинах A и B и в треугольнике ADB , откуда $AD = BD$.

Второе решение. Обозначим через G и H точки пересечения прямой EC с прямыми AD и BD соответственно. Треугольники ACG и BEH равны по стороне и двум углам. Поэтому равны углы AGC и BHE , а, значит, и смежные с ними углы DGH и DHG , откуда $DG = DH$. С другой стороны, из равенства треугольников ACG и BEH следует, что $AG = BH$, откуда $AD = AG + DG = BH + HD = BD$.

• Доказано равенство треугольников ACG и BEH , дальнейшего содержательного продвижения нет: 1 балл.

Задача 5. Палочка разломана на 15 частей так, что ни из каких трёх частей нельзя сложить треугольник. Докажите, что среди частей есть такая, которая не короче четверти исходной палочки.

Решение. Упорядочим части по длине: $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_{15}$. По неравенству треугольника длина каждой части не меньше суммы длин любых двух более коротких частей. Поэтому $a_1 \geq a_2 + a_3 \geq a_4 + a_5 + a_6 + a_7 \geq a_8 + \dots + a_{15}$, откуда $4a_1 \geq a_1 + \dots + a_{15}$, что и требовалось доказать.

♦ Эта задача составляет часть цикла, куда входят также задачи 6 для 9 и 10 классов. В решении задачи 6 для 10 класса доказывается более сильный факт: если палочку разломать на любое число частей, самая длинная из них будет длиннее трети исходной палочки.

Задача 6. По окружности красным карандашом записали 49 различных натуральных чисел, меньших 100. Между каждыми двумя соседними красными числами записали синим их наибольший общий делитель. Могло ли случиться, что все синие числа различны?

Решение. Заметим, что НОД двух различных чисел, меньших 100, должен быть меньше 50, так как хотя бы одно из этих двух чисел больше НОД по крайней мере вдвое. Поэтому если все синие числа различны, то среди них есть все числа от 1 до 49. В частности, среди них есть простое число 47. Оно может получиться только как НОД красных чисел 47 и 94. Тогда второе синее число, соседнее с красным числом 47, равно 1. Аналогично показывается, что среди красных чисел есть простые числа 41 и 43, и рядом с каждым из них также должна стоять синяя единица. Но тогда синих единиц должно быть по крайней мере две, так как одно синее число соседствует только с двумя красными. Противоречие.

• Замечено, что все синие числа меньше 50, дальнейшего содержательного продвижения нет: 1 балл.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 9 КЛАССА

Задача 1. В семье четыре человека. Если Маше удвоят стипендию, доход семьи вырастет на 5%. Если вместо этого маме удвоят зарплату, доход семьи вырастет на 30%, если же зарплату удвоят папе, то на 45%. На сколько процентов вырастет доход семьи, если дедушке удвоят пенсию?

Ответ. На 20%. **Решение.** Если доходы удвоятся у всех членов семьи, доход семьи вырастет на 100%, а если у всех, кроме дедушки, то на $5\%+30\%+45\% = 80\%$. Поэтому удвоение дедушкиной пенсии увеличит доход семьи на $100\%-80\% = 20\%$.

• Ответ без обоснования: 2 балла.

Задача 2. Найдите наименьшее натуральное число n такое, что $n-2$ делится на 5, а $n+3$ делится на 7.

Ответ. $n = 32$. **Решение.** Если $n-2$ делится на 5, то на 5 делится и $n+3 = (n-2)+3$. Получается, что число $n+3$ должно делиться и на 7, и на 5, а, значит, и на 35 (так как 5 и 7 — простые числа). Наименьшее такое $n+3$ равно 35, то есть наименьшее такое n равно 32.

• Ответ без обоснования минимальности числа 32: 2 балла. Минимальность может быть обоснована и перебором все чисел, меньших 32, но такой перебор признаётся обоснованием только в случае, если он реально проведён в тексте работы: ссылка на его возможность без реально проведенного перебора оценки не повышает.

Задача 3. Найдите какие-нибудь два не целых числа, сумма которых равна их произведению.

Решение. Если сумма и произведение двух чисел равны одному и тому же числу a , то по теореме Виета эти два числа являются корнями квадратного уравнения $x^2-ax+a=0$. Это уравнение имеет два различных корня при $a^2-4a>0$, то есть при $a \in (-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$. Возьмём любое такое a (например, $a = 5$), решим соответствующее уравнение и получим два искомых числа (в данном случае, $\frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$).

♦ Корни уравнения $x^2 - ax + a = 0$ при любом $a \in (-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$ не будут целыми: уравнение $m+n = mn$ равносильно уравнению $(m-1)(n-1) = 1$, откуда $m = n = 2$ или $m = n = 0$.

• Любой верный пример: 7 баллов. Объяснение того, как он был найден, и проверка, что сумма действительно равна произведению, не обязательна.

Задача 4. AB — диаметр окружности ω . Через точку C на продолжении отрезка AB за точку A проведена прямая, пересекающая окружность ω в точках D и E (точка D лежит между C и E). Из точек A и B на прямую DE опущены перпендикуляры AP и BQ . Докажите, что $DP = EQ$.

Решение. Опустим из центра O окружности ω перпендикуляр OH на прямую DE . Так как прямые AP , BQ и OH параллельны (как перпендикуляры к одной прямой), и $OA = OB$, то $HP = HQ$. С другой стороны, $HD = HE$ по свойству диаметра, перпендикулярного к хорде. Поэтому $DP = |HP - HD| = |HQ - HE| = EQ$.

♦ Эта задача является упрощением задачи 5 для 10 класса.

• На самом деле знаки модуля в последнем равенстве решения не нужны, потому что углы ADE и BED — тупые ($\angle BED > \angle BEA = 90^\circ$, $\angle ADE > \angle ADB = 90^\circ$), и потому точки P и Q лежат вне отрезка DE . За использование в решении равенств $DP = HP - HD$ и $HQ - HE = EQ$ без обоснования оценка снижается на 1 балл.

Задача 5. Назовём «доминошкой» прямоугольник из двух соседних клеток клетчатой доски. Как раскрасить доску размером 100×100 клеток в красный, синий, зелёный и жёлтый цвета так, чтобы красно-синих, красно-зелёных, красно-жёлтых, сине-зелёных, сине-жёлтых и жёлто-зелёных доминошек на ней было поровну?

Решение. См. решение задачи 5 для 7 класса.

• Проверяйте внимательно, кроме описанной нами есть и другие подходящие раскраски! За любую верную раскраску 5 баллов. Из оставшихся 2 баллов оценивается объяснение, почему двухцветных доминошек всех видов получается поровну.

Задача 6. Палочка разломана на 15 частей так, что ни из каких трёх частей нельзя сложить треугольник. Докажите, что среди частей есть такая, которая длиннее трети исходной палочки.

Решение. Упорядочим части по длине: $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_{15}$. По неравенству треугольника длина каждой части не меньше суммы длин любых двух более коротких частей. Поэтому при любом $k \leq 13$ имеем $a_k \geq a_{k+1} + a_{k+2} \geq 2a_{k+2}$, откуда $a_{k+2} \leq a_k/2$. Отсюда получаем:

$$a_3 + a_5 + \dots + a_{15} \leq a_3 + a_3/2 + \dots + a_3/2^6 < 2a_3,$$

$$a_2 + a_4 + \dots + a_{14} \leq a_2 + a_2/2 + \dots + a_2/2^6 < 2a_2.$$

Следовательно, $a_2 + a_3 + \dots + a_{14} + a_{15} < 2a_2 + 2a_3 < 2a_1$, откуда $a_1 + a_2 + \dots + a_{14} + a_{15} < 3a_1$, что и требовалось доказать.

♦ В решении задачи 6 для 10 класса аналогично доказывается, что часть, которая длиннее трети исходной палочки, найдется при разламывании её на любое число частей. В комментарии к нему приведена точная оценка длины самой большой части.

• Доказано только, что найдётся кусок, который длиннее четверти исходной палочки: 2 балла.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 10 КЛАССА

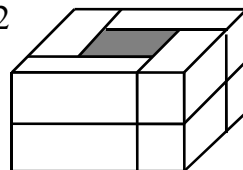
Задача 1. В семье четыре человека. Если Маше утроят стипендию, доход семьи вырастет на 10%. Если вместо этого маме утроят зарплату, доход семьи вырастет на 60%, если же зарплату утроят папе, то на 90%. На сколько процентов вырастет доход семьи, если дедушке утроят пенсию?

Ответ. На 40%. **Решение.** Если доходы утроятся у всех членов семьи, доход семьи вырастет на 200%, а если у всех, кроме дедушки, то на $10\%+60\%+90\% = 160\%$. Поэтому утроение дедушкиной пенсии увеличит доход семьи на $200\%-160\% = 40\%$.

- Ответ без обоснования: 2 балла.

Задача 2. Сложите прямоугольный параллелепипед (без внутренних пустот) из восьми прямоугольных параллелепипедов размером $5 \times 2 \times 2$ и одного — размером $3 \times 3 \times 4$.

Решение. Сложим из четырёх параллелепипедов размером $5 \times 2 \times 2$ «колодец» $7 \times 7 \times 2$ с дырой размером $3 \times 3 \times 2$ внутри. Поставив на этот «колодец» ещё один такой же, получим параллелепипед $7 \times 7 \times 4$ с дырой размером $3 \times 3 \times 4$. Дыру заполняем оставшимся параллелепипедом.



- Для 7 баллов достаточно одного верного примера.

Задача 3. Назовём «доминошкой» прямоугольник из двух соседних клеток клетчатой доски. Как раскрасить доску размером 100×100 клеток в красный, синий и зелёный цвета так, чтобы красно-синих, красно-зелёных и сине-зелёных доминошек на ней было поровну?

Решение. См. решение задачи 5 для 5 класса.

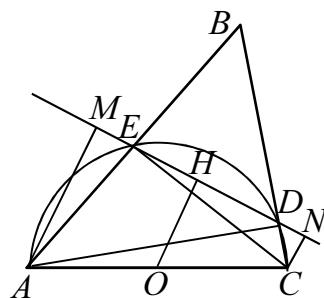
• Проверяйте внимательно, кроме описанных нами есть и другие подходящие раскраски! За любую верную раскраску 5 баллов. Из оставшихся 2 баллов оценивается объяснение, почему двухцветных доминошек всех видов получается поровну.

Задача 4. Докажите, что если $a+b+c+d=0$ и $ab+bc+cd+da+ac+bd=0$, то $a=b=c=d$.

Решение. Возведя равенство $a+b+c+d=0$ в квадрат, получим $0 = a^2+b^2+c^2+d^2+2(ab+bc+cd+da+ac+bd) = a^2+b^2+c^2+d^2$, откуда $a=b=c=d=0$.

Задача 5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AD и CE . Точки M и N — основания перпендикуляров, опущенных на прямую DE из точек A и C соответственно. Докажите, что $ME=DN$.

Решение. Заметим, что точки D и E лежат на окружности, построенной на стороне AC как на диаметре. Опустим из её центра O перпендикуляр OH на прямую DE . Так как прямые AM , CN и OH параллельны (как перпендикуляры к одной прямой), и $OA=OC$, то $HM=HN$. С другой стороны, $HD=HE$. Поэтому $DN = |HN-HD| = |HM-HE| = EM$.



• 1) Указано, что точки D и E лежат на окружности, построенной на стороне AC как на диаметре, дальнейшего содержательного продвижения нет: 1 балл. 2) На самом деле знаки модуля в последнем равенстве решения не нужны, потому что углы AED и CDE — тупые ($\angle AED > \angle CEA = 90^\circ$, $\angle CDE > \angle CDA = 90^\circ$), и потому точки M и N ле-

жат вне отрезка DE . За использование в решении равенств $DN = HN - HD$ и $HM - HE = EM$ без обоснования оценка снижается на 1 балл.

Задача 6. Палочка разломана на несколько частей так, что ни из каких трёх частей нельзя сложить треугольник. Докажите, что среди частей есть такая, которая длиннее трети исходной палочки.

Решение. Упорядочим части по длине: $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_m$. По неравенству треугольника длина каждой части не меньше суммы длин любых двух более коротких частей. Поэтому при любом $k \leq m-2$ имеем $a_k \geq a_{k+1} + a_{k+2} \geq 2a_{k+2}$, откуда $a_{k+2} \leq a_k/2$. Отсюда получаем, что сумма длин всех частей с нечётными номерами, начиная с a_3 , меньше суммы бесконечной геометрической прогрессии $a_3 + a_3/2 + \dots + a_3/2^n + \dots = 2a_3$, а сумма длин всех частей с чётными номерами, начиная с a_2 , меньше суммы бесконечной геометрической прогрессии $a_2 + a_2/2 + \dots + a_2/2^n + \dots = 2a_2$. Поэтому $a_2 + a_3 + \dots + a_m < 2a_2 + 2a_3 < 2a_1$, откуда $a_1 + a_2 + \dots + a_m < 3a_1$, что и требовалось доказать.

♦ Точная оценка отношения длины самой длинной части к длине исходной палочки для случая n частей — $F_n/(F_{n+2}-1)$, где F_n — n -ое число Фибоначчи.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 11 КЛАССА

Задача 1. Найдите какие-нибудь два не целых числа, сумма и произведение которых — целые числа.

Решение. Подойдут, например, числа $1 + \sqrt{2}$ и $1 - \sqrt{2}$.

♦ Искомых пар чисел бесконечно много: в силу теоремы Виета достаточно взять нецелочисленные корни любого квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ с целочисленными p и q и положительным дискриминантом. Например, числа $1 + \sqrt{2}$ и $1 - \sqrt{2}$ — корни уравнения $x^2 - 2x - 1 = 0$.

• Для 7 баллов достаточно одного верного примера.

Задача 2. Сложите прямоугольный параллелепипед (без внутренних пустот) из восьми прямоугольных параллелепипедов размером $5 \times 2 \times 2$ и одного — размером $3 \times 3 \times 4$.

Решение. См. решение задачи 2 для 10 класса.

• Для 7 баллов достаточно одного верного примера.

Задача 3. Решите систему уравнений: $\sin x = \operatorname{tg} y$, $\cos x = \operatorname{ctg} y$.

Ответ. Нет решений. **Первое решение.** Перемножив данные равенства, получаем, что $\sin x \cdot \cos x = \operatorname{tg} y \cdot \operatorname{ctg} y = 1$. Но $\sin x \cdot \cos x = \sin 2x/2 \leq 1/2$. Противоречие. **Второе решение.** Поскольку $\operatorname{tg} y \cdot \operatorname{ctg} y = 1$, хотя бы одно из чисел $\operatorname{tg} y$ и $\operatorname{ctg} y$ по модулю не меньше 1. Так как $\sin x$ и $\cos x$ по модулю не превосходят 1, модуль одного из чисел $\sin x$ и $\cos x$ должен быть равен 1. Тогда другое из них должно быть равно 0. Значит, 0 должно быть равно и одно из значений $\operatorname{tg} y$ и $\operatorname{ctg} y$. Но тогда другое из этих значений не определено. Противоречие.

Задача 4. На стороне BC треугольника ABC отметили ее середину P , а на сторонах AC и AB — такие точки Q и R соответственно, что $CQ = 2QA$ и $AR = 2RB$. Затем чертеж стерли, оставив только отмеченные точки P , Q и R . Как восстановить треугольник ABC ?

Решение. Пусть B_1 – середина стороны AC . Отрезок AQ по условию составляет треть отрезка AC , то есть $2/3$ отрезка AB_1 , а отрезок AR составляет $2/3$ отрезка AB . Значит, треугольники ARQ и ABB_1 подобны с коэффициентом $2/3$, откуда следует, что $RQ \parallel BB_1$ и $RQ = 2BB_1/3$. Теперь проведем в треугольнике BB_1C среднюю линию PP_1 . Она параллельна отрезку BB_1 и равна его половине, то есть $3/4$ отрезка RQ . Таким образом, мы можем построить точку P_1 , отложив от точки P вектор $\overrightarrow{PP_1} = 3\overrightarrow{RQ} / 4$. Точки Q и P_1 лежат на отрезке AC и $QP_1 = QB_1 + B_1P = AC/6 + AC/4 = 5AC/12$. Теперь мы легко восстанавливаем точки C , отложив $3/5$ отрезка QP_1 на луче QP_1 за точку P_1 , и A , отложив $4/5$ отрезка QP_1 на луче P_1Q за точку Q , а затем и точку B , как пересечение прямых AR и CP .

Задача 5. Палочка разломана на несколько частей так, что ни из каких трёх частей нельзя сложить треугольник. Докажите, что среди частей есть такая, которая длиннее трети исходной палочки.

Решение. См. решение задачи 6 для 10 класса.

Задача 6. Назовём «доминошкой» прямоугольник из двух соседних клеток клетчатой доски. Пусть клетчатый квадрат раскрашен по клеточкам в несколько цветов. Назовём раскраску хорошей, если для всех пар из двух различных цветов количество доминошек, раскрашенных в эти два цвета, одно и то же. Существует ли хорошая раскраска квадрата 100×100 а) в пять цветов; б) в шесть цветов?

Ответ. Существует. **Решение.** а) Покрасим первые 11 горизонталей квадрата 100×100 в пять цветов (каждую горизонталь — целиком в один цвет) в таком порядке: 12345241351, а все остальные горизонталы покрасим в цвет 1. При такой раскраске все двухцветные доминошки будут вертикальными, и в любой полосе, образованной двумя разноцветными соседними горизонталями, их будет 100 штук. Нетрудно проверить, что в последовательности 12345241351 каждые два цвета встречаются рядом ровно один раз, так что двухцветных доминошек каждого возможного вида будет ровно 100. б) Покрасим первую 31 горизонталь квадрата 100×100 в шесть цветов в таком порядке: 1234561234561352462513624153641. Все остальные горизонталы покрасим в цвет 1. Нетрудно проверить, что в данной последовательности шести цветов каждые два цвета встречаются рядом ровно 2 раза. Поэтому двухцветных доминошек каждого возможного вида будет ровно 200.

♦ Последовательность использованная в решении пункта а) — это эйлеров обход полного графа на вершинах 1, 2, 3, 4, 5. Последовательность, использованная в решении пункта б), строится хитрее: поскольку у полного графа на 6 вершинах все вершины нечётны, мы предварительно делаем их чётными удвоением всех рёбер.

♦ Эта задача составляет часть цикла, куда входят ещё задачи 5 для 5, 6, 7 классов.

• а) За любую верную раскраску — 2 балла, за обоснование её правильности — 1 балл. б) За любую верную раскраску — 3 балла, за обоснование её правильности — 1 балл. Будьте внимательны, кроме описанных нами есть и другие искомые раскраски!

ИСТОЧНИКИ И АВТОРЫ ЗАДАЧ

Олимпиады Новосибирской области, школьный и муниципальный этапы: 8-4, 9-1, 10-1, 10-5.

Ирландская олимпиада 1995 года: 11-4.

Фольклор: 5-1, 5-3, 6-1, 6-2, 7-1, 8-1, 8-2, 8-4, 9-3, 10-4, 10.6 = 11.5, 11-1.

Остальные задачи составлены И.С. Рубановым специально для этой олимпиады.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Информация о победителях и призерах областной олимпиады 2016/17 г.

ДИПЛОМ I СТЕПЕНИ: *Левкий Яговкин* (КФМЛ, 6 кл. – за 7 кл.), *Дмитрий Волянский*, *Ксения Головина*, *Егор Курагин* (все — КФМЛ, 8 кл.), *Артём Савельев* (КФМЛ, 8 кл. – за 9 кл.), *Ирина Ланских*, *Сергей Лучинин*, *Анатолий Ашихмин* (все — КФМЛ, 10 кл.).

ДИПЛОМ II СТЕПЕНИ: *Максим Бушмаков*, *Сергей Дружков*, *Марина Ожегова* (все — КФМЛ, 7 кл.), *Илья Любимов* (лицей №21 г. Кирова, 7 кл.), *Анастасия Барышева*, *Ольга Полозова*, *Ульяна Огибалова*, *Алексаей Косых* (все — КФМЛ, 8 кл.), *Андрей Гундоров*, *Александр Колпашиков* (оба — КФМЛ, 9 кл.), *Денис Кутявин* (КЛЕН, 9 кл.), *Степан Шамов*, *Дарья Ширяева* (оба — КФМЛ, 10 кл.).

ДИПЛОМ III СТЕПЕНИ: *Георгий Татарин*, *Елизавета Петухова*, *Олег Чурин*, *Антон Милькин* (все — КФМЛ, 7 кл.), *Никита Москалёв*, *Анатолий Лаптев*, *Михаил Малофеев* (все — КФМЛ, 8 кл.), *Мария Семёнова* (КФМЛ, 9 кл.), *Иосиф Бурков*, *Никита Коробов*, *Анатолий Евтухов*, *Дмитрий Клёнов* (все — КФМЛ, 10 кл.), *Илья Кошечев* (ЛИНТех №28 г. Кирова, 10 кл.).

ДИПЛОМ ПРИЗЁРА: *Артём Мариев*, *Полина Новосёлова* (оба — КФМЛ, 11 кл.).

ПОХВАЛЬНАЯ ГРАМОТА: *Ассоль Рябинина*, *Анастасия Охорзина*, *Михаил Петров* (все — КФМЛ, 7 кл.), *Станислав Черненко* (КЭПЛ, 7 кл.), *Варвара Дубовцева* (ВГГ, 7 кл.), *Вячеслав Вахрушев*, *Марина Гориунова*, *Михаил Курилов*, *Софья Кудрявцева*, *Елисей Шушпанов*, *Иван Лабуткин* (все — КФМЛ, 8 кл.), *Вячеслав Коханов* (лицей №21 г. Кирова, 8 кл.), *Пётр Тупицын* (КЛЕН, 8 кл.), *Мария Скокова*, *Дмитрий Стародубцев* (оба — КФМЛ, 10 кл.).

ПОХВАЛЬНЫЙ ОТЗЫВ I СТЕПЕНИ: *Глеб Марьин* (КФМЛ, 9 кл.).

ПОХВАЛЬНЫЙ ОТЗЫВ II СТЕПЕНИ: *Стефан Шушпанов* (КФМЛ, 9 кл.), *Михаил Никонов* (лицей №21 г. Кирова, 9 кл.).

ПРИЛОЖЕНИЕ 2: ХРОНИКА (ноябрь 2016 – октябрь 2017)

25 октября-1 ноября: В Казани состоялся XX Кубок памяти А.Н. Колмогорова. Участвовали 58 команд, представлявшие 32 города России. Команда «Киров 10-11» заняла 7 место в высшей лиге старшей группы, команда «Киров-Екатеринбург 10» поделила 3-4 места во второй лиге старшей группы, команда «Киров-9» — 6 место в первой лиге младшей группы.

25 ноября – 1 декабря: В Тюмени прошёл XLVIII Уральский турнир юных математиков. Участвовали 88 команд, представлявшие 27 городов России. Команда «Киров-8» заняла 4 место в высшей лиге старшей группы, команда «Киров-7» — 1 место в первой лиге младшей группы, команда «Киров-6» — 7 место в первой лиге группы «Старт».

20 – 22 января: В Казани состоялся турнир математических игр имени П.А. Широкова. 11 команд кировчан участвовали в этом турнире онлайн. Команды «Киров-5-1», «Киров-5-4», «Киров-6-1», «Киров-6-2» завоевали дипломы I степени, «Киров-4-1», «Киров-4-2», «Киров-5-3», «Киров-5-5», «Киров-6-3» — дипломы II степени, «Киров-6-4» — диплом III степени.

17–23 февраля: XLIX Уральский (XXV Кировский) турнир юных математиков. Участвовали 92 команды, представлявшие 35 городов России. Команда «Киров-8-1» заняла 1 место в высшей лиге старшей группы, Команда «Киров-8-2» — 5 место в первой лиге старшей группы, команда «Киров-7-1» — 7 место в первой лиге младшей группы, команда «Киров-7-2» — 8 место во второй лиге младшей группы, команды «Киров-6-1» и «Киров-5-1» — 5 и 6 места соответственно в первой лиге группы «Старт», команда «Киров-6-2» разделила 7-8 места во второй лиге группы «Старт», команда «Киров-5-2» разделила 7-8 места в третьей лиге группы «Старт».

12 февраля (для 6-8 кл.) и 5 марта (для 9-11 кл.): Санкт-Петербургская городская математическая олимпиада. 12 февраля эта олимпиада для кировчан проводилась под руководством члена её жюри С. Берлова в Кирове, ученики 9-11 классов 5 марта соревновались в Санкт-Петербурге. 32 кировчанина награждены: *Артём Савельев* — дипломом I степени (и дипломом III степени по 9 кл.), *Левкий Яговкин*, *Ирина Ланских*, *Сергей Лучинин* — дипломами II степени, *Егор Курагин*, *Андрей Гундоров*, *Денис Кутявин*, *Артём Мариев* — дипломами III степени, *Егор Загоскин* (КФМЛ, 6 кл.), *Максим Бушмаков*, *Марина Ожегова*, *Олег Чурин*, *Анастасия Барышева*, *Дмитрий Волянский*, *Ксения Головина*, *Михаил Малофеев*, *Александр Колпашиков*, *Мария Семёнова*, *Стефан Шушпанов*, *Иосиф Бурков*, *Полина Новосёлова* — похвальными отзывами I степени, *Александр Гнусов* (КФМЛ, 5 кл.), *Вячеслав Казаков*, *Алёна Микрюкова*, *Матвей Наза-*

ров, Данил Панкратов, Варвара Прозорова, Глеб Хитрин (все — КФМЛ, 6 кл.), Илья Любимов (лицей №21 г. Кирова, 7 кл.), Елизавета Петухова, Сергей Татаринцов (оба — КФМЛ, г. Киров, 7 кл.), Ольга Полозова, Елисей Шушпанов — похвальными отзывами II степени.

16 марта: 29505 учащихся из Кировской области участвуют в международном математическом конкурсе-игре "Кенгуру-2017".

26 марта состоялась игра «Математическая абака», которая синхронно проводилась в Кирове и в Кирово-Чепецке. В игре приняло участие 40 команд 4 класса и 61 команда 5 классов из Кирова и области.

21-24 марта состоялся заключительный этап IX олимпиады имени Леонарда Эйлера, проведённой для восьмиклассников России АНОО «Вятский центр дополнительного образования» и Московским Центром непрерывного математического образования. В нём приняли участие 239 учащихся 6-8 классов, распределённых по четырём финалам в Омске, Кирове, Москве и Санкт-Петербурге. В кировском финале было 60 участников. Кировчане *Ольга Полозова* и *Артём Савельев* завоевали дипломы II степени *Дмитрий Волянский* и *Егор Курагин* — дипломы III степени, *Анастасия Барышева* — похвальную грамоту. В июне все они и *Ульяна Огибалова* участвовали в «эйлеровской» смене центра «Сириус» в Сочи.

14 – 16 апреля: Турнир математических игр имени Н.Г. Чеботарева в Казани. 11 команд кировчан участвовали в этом турнире онлайн. Команды «Киров-5-1», «Киров-5-3», «Киров-5-5», «Киров-6-1» завоевали дипломы I степени, «Киров-4-1», «Киров-6-2», «Киров-6-3» — дипломы II степени, «Киров-4-2», «Киров-5-2», «Киров-5-4», «Киров-6-4» — дипломы III степени.

16 апреля: XIII всероссийская олимпиада по геометрии им. И.Ф. Шарыгина (XV устная олимпиада по геометрии, г. Москва). Участвовало 24 кировчана. *Ирина Ланских* и *Сергей Лучинин* завоевали дипломы I степени. *Дмитрий Волянский*, *Никита Москалев*, *Мария Семенова*, *Анатолий Ашихмин*, *Анатолий Евтухов*, *Дмитрий Клёнов* — дипломы III степени. *Егор Курагин*, *Ольга Полозова*, *Андрей Гундоров*, *Александр Колпацников*, *Иосиф Бурков*, *Никита Коробов*, *Степан Шамов*, *Екатерина Савинова* (КФМЛ, 11 кл.) — похвальные грамоты.

24-30 апреля: Всероссийская математическая олимпиада в Калининграде. Участвовали кировчане *Артём Савельев* (диплом призёра по 9 кл.) *Ирина Ланских*, *Сергей Лучинин* (у всех дипломы призёра по 10 кл.), *Артём Мариев* (похвальная грамота по 11 кл.), *Александр Колпацников*, *Денис Кутявин*, *Андрей Гундоров*, *Степан Шамов*, *Дарья Ширяева*, *Полина Новосёлова*. *Ирина Ланских* и *Анатолий Ашихмин* на июньских сборах кандидатов в сборную России на международной олимпиаде получили 8-ой и 10-ый рейтинги в группе А.

15-21 мая: В г. Иннополис (Татарстан) состоялся турнир математических боёв для сильнейших команд России «Кубок победителей». Сборная 10 классов г. Кирова заняла 3 место в старшей группе, сборная 9 классов — 7 место в младшей группе.

3-28 июля: XXXIII Летняя математическая школа Кировской области. 438 учащихся, в т. ч. 324 иногородних из более чем 55 городов и сёл России, Белоруссии, Казахстана и Украины.

30 июля – 2 августа: *Ирина Ланских* и *Сергей Лучинин* завоевали дипломы II степени на финальном туре XIII олимпиады по геометрии им. И.Ф. Шарыгина в Ратмино, г. Дубна.

3 – 11 августа: *Денис Кутявин*, *Анатолий Ашихмин*, *Иосиф Бурков*, *Сергей Лучинин*, *Степан Шамов* участвуют в XXIX Международной конференции Турнира городов (Адыгея). По итогам конференции награждены дипломами.

11-15 августа: *Ирина Ланских* завоевала золотую медаль на Китайской женской математической олимпиаде для девочек в г. Чунцин, показав лучший результат среди участниц сборной России и заняв 16 место среди всех участниц олимпиады.

24 сентября состоялась игра «Математическое домино», в которой приняли участие 736 пятиклассников и 590 шестиклассников из Кирова и области.

13 – 15 октября: В Казани состоялся турнир математических игр имени А.П. Нордена. Участвовали онлайн 10 кировских команд. Команда Киров 6-1 завоевала диплом I степени, команды Киров 5-5 и Киров 6-3 — дипломы II степени, команды Киров 5-2, Киров 5-4, Киров 6-2, Киров 6-4 — дипломы III степени.

По итогам XXXVIII Турнира городов, проходившего в 2016/17 учебном году, 41 школьник из Кировской области награжден дипломом победителя.